

### Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

<b>Modulprüfung</b>																									
Modulname	<b>Grundgebiete der Elektrotechnik I</b>																								
Datum	<b>29.02.2016</b>																								
<b>Prüfpersonen</b>																									
1. Prüfperson	<b>Prof. Dr. Martina Gerken</b>																								
ggf. 2. Prüfperson																									
<b>Kandidat/in</b>																									
Matrikelnummer																									
Name, Vorname																									
Vorleistung <u>vor</u> WS 15/16	<input type="checkbox"/> Nein																								
<b>Erklärung der/des Kandida</b>																									
<p>Hiermit bestätige ich, dass</p> <p>Ich nehme zur Kenntnis, da</p> <p>wird, sobald mein vorli</p> <p>Einsichtnahmetermin kann</p> <p>spruchsfrist des zweiten Pi</p> <p>dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.</p>	<p style="text-align: center; font-size: 24px; font-family: cursive;">Musterlog.</p> <p>und dass ich prüfungsfähig bin.</p> <p>ungsam ET&amp;IT bekannt gegeben</p> <p>öffentlich wurde. Nach dem</p> <p>ragen. Bis zum Ende der Wider</p> <p>ngsausschuss Widerspruch gegen</p>																								
Unterschrift: _____																									
<b>Korrektur</b>																									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">Aufgabe</td> <td style="width: 10%;">1</td> <td style="width: 10%;">2</td> <td style="width: 10%;">3</td> <td style="width: 10%;">4</td> <td style="width: 10%;">5</td> <td style="width: 10%;">6</td> <td style="width: 10%;"><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td>Punkte</td> <td>12</td> <td>18</td> <td>22</td> <td>18</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>erreicht</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$	Punkte	12	18	22	18	10	20	100	erreicht							
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$																		
Punkte	12	18	22	18	10	20	100																		
erreicht																									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 30%;">Übungen (Gewicht 25%)</td> <td style="width: 30%;">Klausur (Gewicht 75%)</td> <td style="width: 20%;">Gesamt %</td> <td style="width: 20%;">Modulnote</td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote																				
Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote																						
<b>Einsicht / Rückgabe</b>																									
<p>Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.</p>																									
Kiel, den _____	Unterschrift: _____																								

Name:

Vorname:

### Aufgabe 1: Konzepte und QuCs (12 Punkte)

Erläutern Sie die folgenden Begriffe der Elektrotechnik in ganzen Sätzen. In der Erläuterung dürfen keine Formeln oder Formelzeichen auftauchen!

#### (a) Elektrostatistisches Potential

Das elektrostatistische Potential ist der Quotient aus der Arbeit, die nötig ist, um eine Ladung von einem Punkt mit Referenzpotential zu einem anderen Punkt zu bringen, und der Ladung.

#### (b) Orientierungspolarisation

Als Orientierungspolarisation wird die Ausrichtung von Molekülen, die ein permanentes Dipolmoment besitzen, in einem externen elektrischen Feld bezeichnet.

#### (c) Lineares Netzwerk

Ein lineares Netzwerk ist die Zusammenschaltung von ausschließlich linearen Bauelementen.

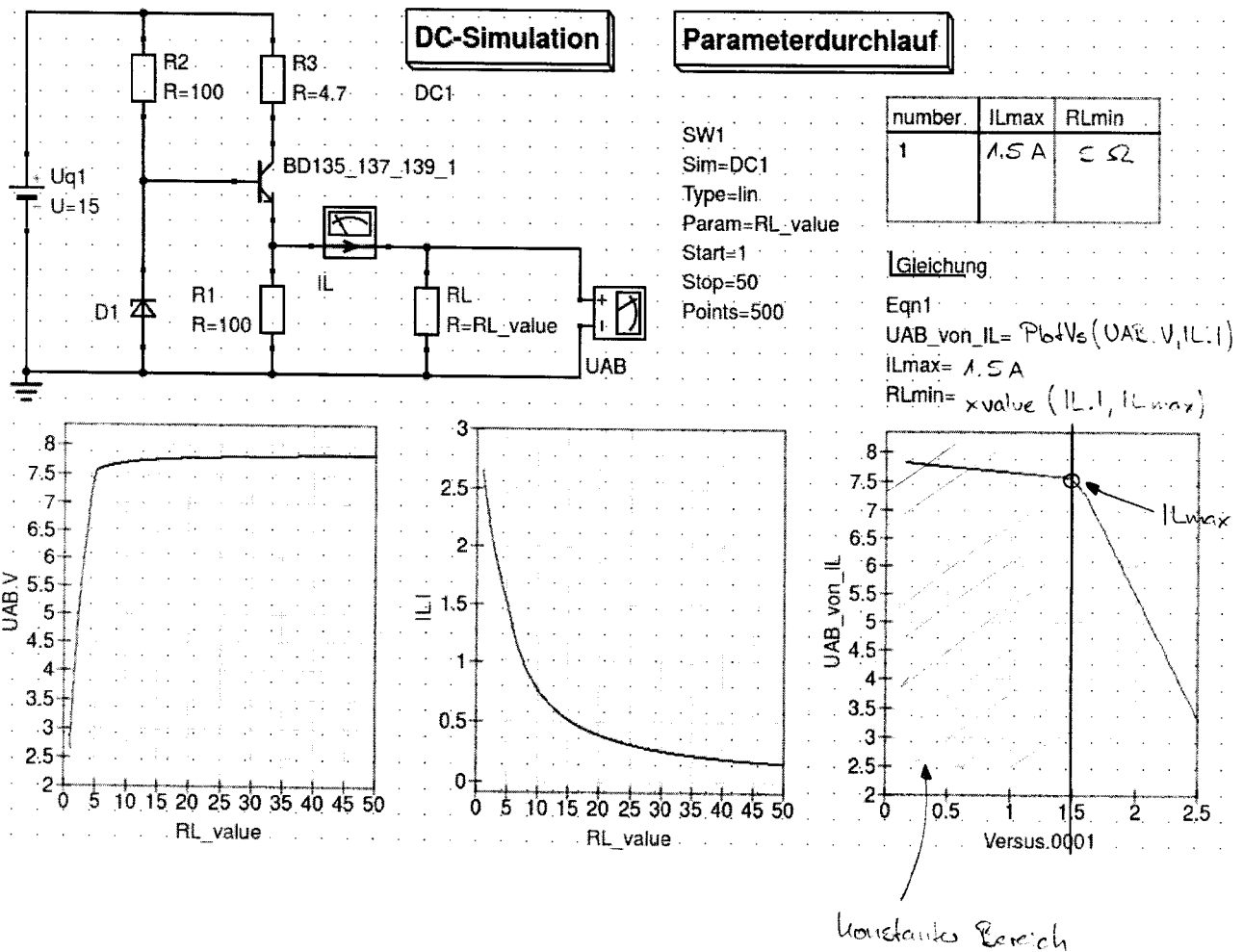
Name:

Vorname:

(d) Der unten dargestellte Qucs-Schaltplan zeigt eine Konstantspannungsquelle für den Lastwiderstand  $RL$ . Nach erfolgreicher Simulation wurden einige Formeln und Ergebnisse entfernt.

1. Markieren und beschriften Sie unten rechts im Diagramm ( $UAB\_von\_IL$  über  $Versus.0001$ ) den Bereich, in welchem die simulierte Strom/Spannungskennlinie näherungsweise der Kennlinie einer Konstantspannungsquelle entspricht.
2. Lesen Sie aus dem  $UAB\_von\_IL$ -Diagramm ab, bis zu welchem Strom  $IL_{max}$  das Verhalten einer Konstantspannungsquelle vorliegt. Tragen Sie diesen Strom in der Tabelle und im Gleichungsblock  $Eqn1$  für  $IL_{max}$  ein und beschriften Sie ihn im  $UAB\_von\_IL$ -Diagramm.
3. Geben Sie im Gleichungsblock  $Eqn1$  die Formel für  $UAB\_von\_IL$  an, um aus von den gegebenen Daten der Messgeräte das Diagramm unten rechts ( $UAB\_von\_IL$  über  $Versus.0001$ ) erstellen zu können.
4. Erstellen Sie eine Formel in Gleichungsblock  $Eqn1$ , mit der Sie aus dem abgelesenen Stromwert  $IL_{max}$  und den zur Verfügung stehenden Messdaten den minimalen Widerstandswert des Lastwiderstandes  $RL$  ( $RL_{min}$ ) ermitteln können, bei dem sich die Schaltung noch wie eine Konstantspannungsquelle verhält.
5. Schätzen Sie  $RL_{min}$  ab und tragen Sie ihren Wert in der Tabelle bei  $RL_{min}$  ein.

*Hinweis: Nutzen Sie eins der anderen Diagramme, um daraus den Widerstandswert abzuschätzen.*

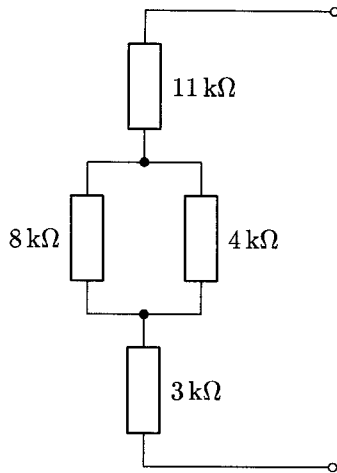


Name:

Vorname:

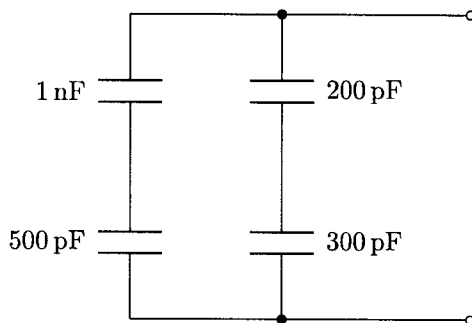
**Aufgabe 2: Ersatzzweipole (18 Punkte)**

(a) Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für die folgende Schaltung.



$$\begin{aligned}
 R_{\text{ges}} &= 11\text{ k}\Omega + 3\text{ k}\Omega + \frac{8\text{ k}\Omega \cdot 4\text{ k}\Omega}{8\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega} \\
 &= 14\text{ k}\Omega + \frac{32}{12}\text{ k}\Omega \\
 &= \frac{50}{3}\text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

(b) Berechnen Sie die Ersatzkapazität für die folgende Schaltung.

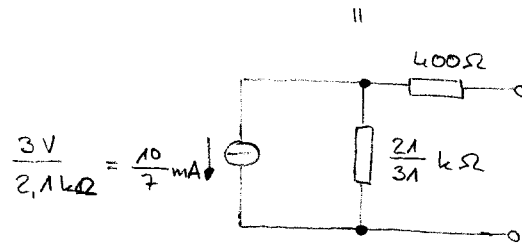
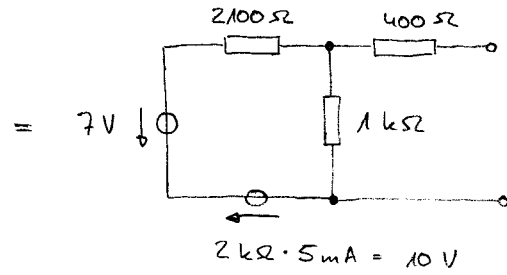
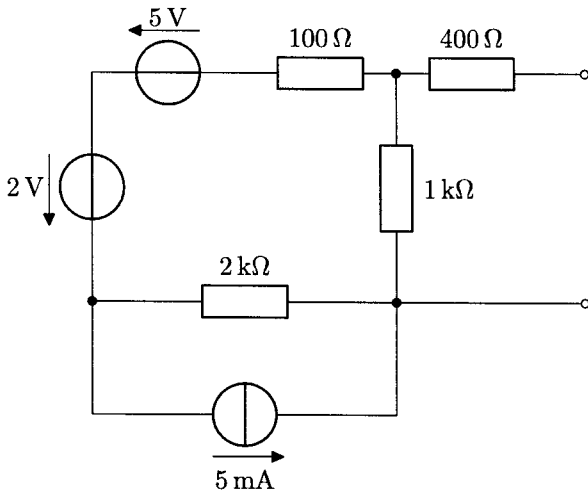


$$\begin{aligned}
 C_{\text{ges}} &= \frac{1\text{ nF} \cdot 500\text{ pF}}{1\text{ nF} + 500\text{ pF}} + \frac{200\text{ pF} \cdot 300\text{ pF}}{200\text{ pF} + 300\text{ pF}} \\
 &= \frac{1000}{3}\text{ pF} + \frac{600}{5}\text{ pF} \\
 &= \frac{1360}{3}\text{ pF}
 \end{aligned}$$

Name:

Vorname:

(c) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung.



$$I_k = - \frac{\frac{21}{31} \text{ k}\Omega}{\frac{21}{31} \text{ k}\Omega + 400 \Omega} \cdot \frac{10}{7} \text{ mA}$$

$$= - \frac{3}{3340} \text{ A} = - \frac{150}{167} \text{ mA}$$

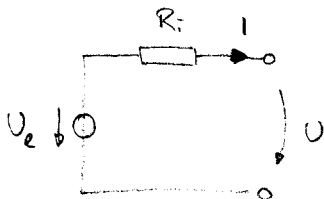
$$U_e = \frac{1 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + \frac{21}{31} \text{ k}\Omega} (-3 \text{ V})$$

$$= - \frac{30}{31} \text{ V}$$

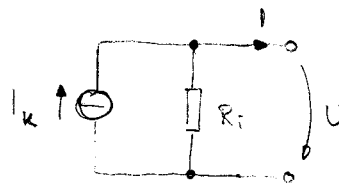
$$R_i = 400 \Omega + \frac{21}{31} \text{ k}\Omega$$

$$= \frac{33400}{31} \Omega$$

Ersatzspannungsquelle:



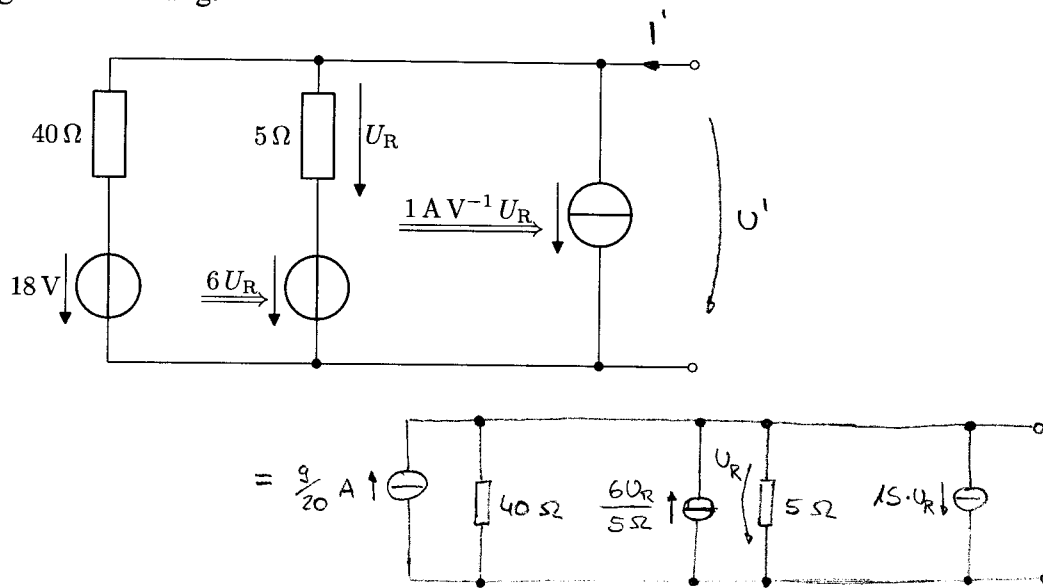
Ersatzstromquelle:



Name:

Vorname:

(d) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung.



Kurzschluss:  $U_R = 0$

$$\Rightarrow I_k = \frac{9}{20} \text{ A}$$

Innenwiderstand: unabh. Quelle (18 V) kurzgeschlossen,  $U' = 6U_R + U_R$

$$I' = \frac{U'}{40 \Omega} + \frac{1}{5 \Omega} \left( U' - 6 \frac{U'}{7} \right) + 15 \frac{U'}{7} = \frac{11}{56} U'$$

$$R_i = \frac{U'}{I'} = \frac{56}{11} \Omega$$

Leerlaufspannung:

$$U_e = R_i I_k = \frac{126}{55} \text{ V}$$

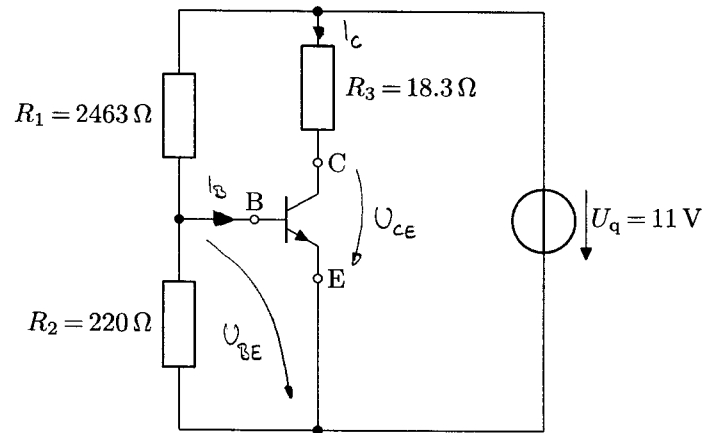
Zeichnungen s. Aufgabe 2c)

Name:

Vorname:

**Aufgabe 3: Transistor (22 Punkte)**

(a) Bestimmen Sie graphisch den eingangs- und ausgangsseitigen Arbeitspunkt des Transistors NSS1C301E in der folgenden Schaltung. Die Kennlinienfelder des Transistors finden Sie auf der nächsten Seite.



$$U_{BE} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} U_q - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_B$$

$$U_{BE} |_{I_B=0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_q = 0,902 \text{ V}$$

$$I_B |_{U_{BE}=0} = \frac{U_q}{R_1} = 4,466 \text{ mA}$$

→ Achsenschnittpkt. für Eingangscharakteristik:

$$\text{AP: } U_{BE} = 0,7 \text{ V}$$

$$I_B = 1 \text{ mA}$$

$$U_{CE} = U_q - R_3 I_C$$

$$U_{CE} |_{I_C=0} = U_q$$

$$I_C |_{U_{CE}=0} = \frac{U_q}{R_3} = 0,6 \text{ A}$$

→ Achsenschnittpkt. für Ausgangscharakteristik:

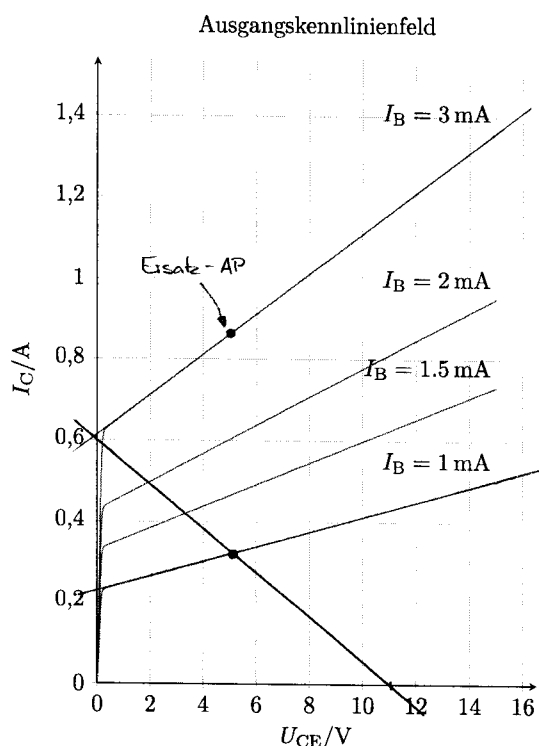
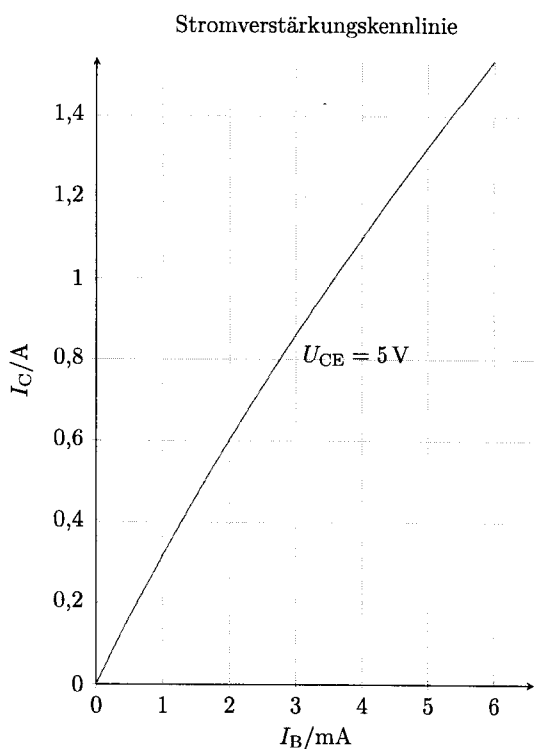
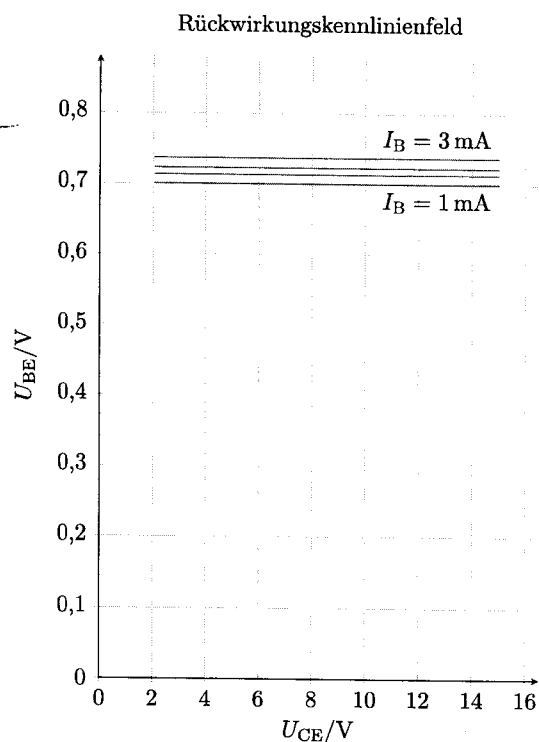
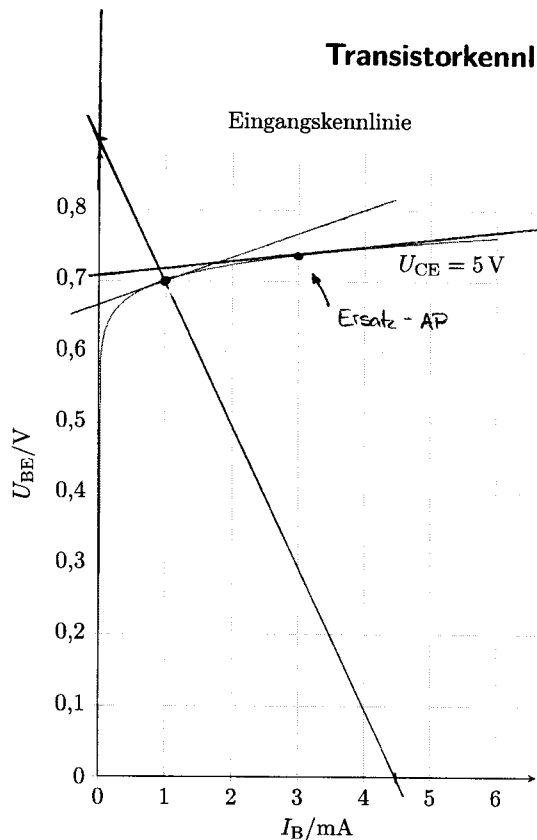
$$\text{AP: } U_{CE} = 5 \text{ V}$$

$$I_C = 0,23 \text{ A}$$

Name:

Vorname:

### Transistorkennlinien NSS1C301E



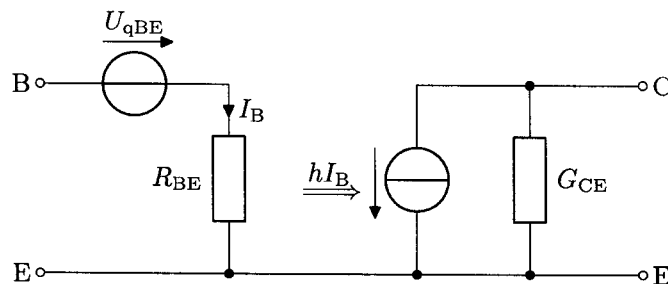


Name:

Vorname:

(b) Das Verhalten des Transistors soll im aktiven Bereich durch die unten abgebildete lineare Ersatzschaltung angenähert werden. Bestimmen Sie die Parameter  $U_{qBE}$ ,  $R_{BE}$ ,  $h$  und  $G_{CE}$  der Ersatzschaltung für den in Aufgabenteil (a) bestimmten Arbeitspunkt.

Falls Sie in Aufgabenteil (a) keinen Arbeitspunkt ermitteln konnten, nehmen Sie folgenden ausgangsseitigen Arbeitspunkt an:  $U_{CE} = 5 \text{ V}$ ,  $I_C = 0,86 \text{ mA}$ .



AP aus a)

aus Eingangscharakteristik: Tangente im AP

$$U_{qBE} = 0,66 \text{ V}$$

$$R_{BE} = \frac{0,7 - 0,66}{1 - 0} \Omega = 40 \Omega$$

aus Ausgangscharakteristik: Tangente im AP

$$I_{C,AP} \Big|_{U_{CE,AP}=0} = 0,225 \text{ A}$$

$$G_{CE} = \frac{0,32 - 0,225}{5 - 0} \text{ S} = 19 \text{ mS}$$

$$h = \frac{I_{C,AP} \Big|_{U_{CE}=0}}{I_{B,AP}} = \frac{225 \text{ mA}}{1 \text{ mA}} = 225$$

Ersatz - AP

AP in Ausgangscharakteristik einzeichnen:  $I_{B,AP} = 3 \text{ mA}$

Vorgehen analog:

$$U_{qBE} = 0,71 \text{ V}$$

$$R_{BE} = \frac{0,73 - 0,71}{2 - 0} \Omega = \frac{20}{2} \Omega$$

$$I_{C,AP} \Big|_{U_{CE}=0} = 0,615 \text{ A}$$

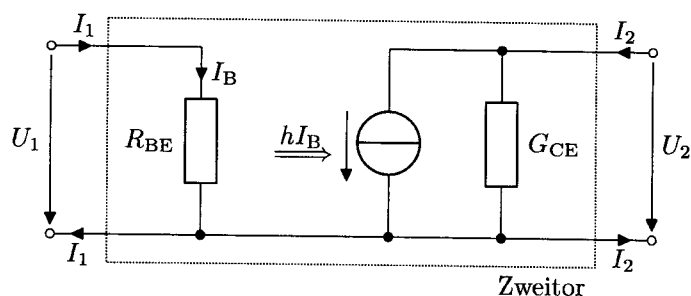
$$G_{CE} = \frac{0,86 - 0,615}{5 - 0} \text{ S} = 49 \text{ mS}$$

$$h = 205$$

Name:

Vorname:

(c) Ohne die Spannungsquelle  $U_{qBE}$  kann die lineare Ersatzschaltung aus Aufgabenteil (b) als lineares passives Zweitor betrachtet werden. Berechnen Sie die Hybridmatrizen  $H$  und  $K$  des unten abgebildeten Zweitors.

H-Matrix

$$U_1 = H_{11} I_1 + H_{12} U_2$$

$$I_2 = H_{21} I_1 + H_{22} U_2$$

$$H_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{U_2=0} = R_{BE}$$

$$H_{12} = \frac{U_1}{U_2} \Big|_{I_1=0} = 0$$

$$H_{21} = \frac{I_2}{I_1} \Big|_{U_2=0} = \frac{h I_B}{I_B} = h$$

$$H_{22} = \frac{I_2}{U_2} \Big|_{I_1=0} = G_{CE}$$

$$H = \begin{bmatrix} R_{BE} & 0 \\ h & G_{CE} \end{bmatrix}$$

$$\det(H) = R_{BE} G_{CE}$$

K-Matrix

$$I_1 = K_{11} U_1 + K_{12} I_2$$

$$U_2 = K_{21} U_1 + K_{22} I_2$$

$$K_{11} = \frac{I_1}{U_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{1}{R_{BE}}$$

$$K_{12} = \frac{I_1}{I_2} \Big|_{U_1=0} = 0, \text{ da } U_1=0 \Rightarrow I_1=0$$

$$K_{21} = \frac{U_2}{U_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{-h I_B}{R_{BE} I_B} = \frac{-h}{R_{BE}}$$

$$K_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big|_{U_1=0} = \frac{1}{G_{CE}}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{BE}} & 0 \\ -\frac{h}{R_{BE} G_{CE}} & \frac{1}{G_{CE}} \end{bmatrix}$$

$$\det(K) = \frac{1}{R_{BE} G_{CE}}$$

$$H = K^{-1}$$

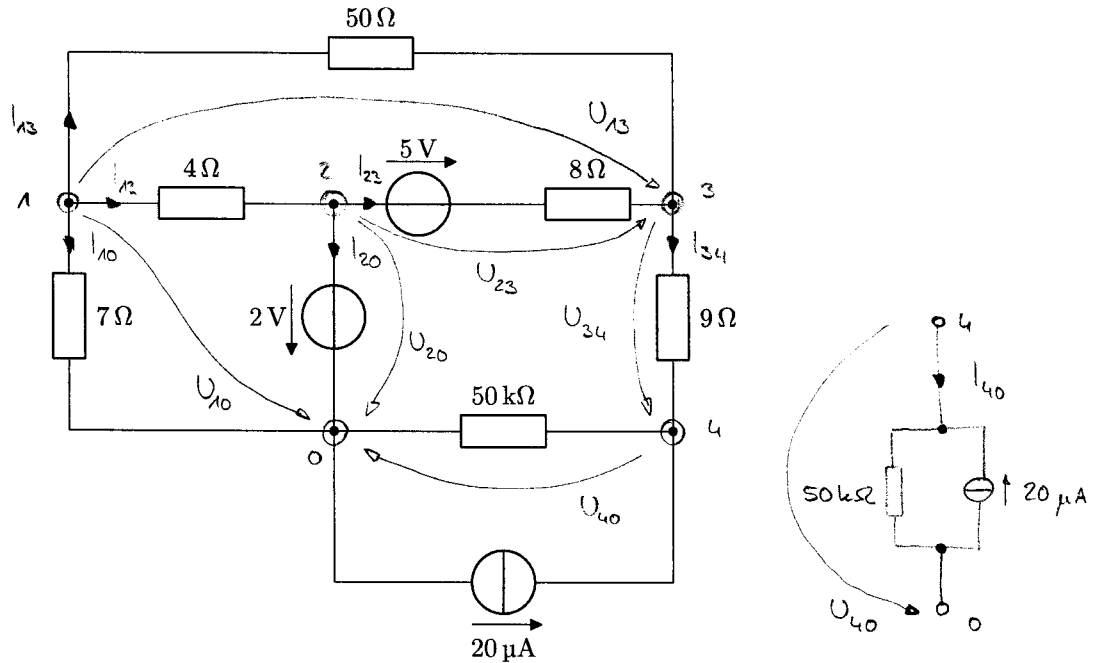
	Z	Y	A	H	K
Z	$Z_{11}$ $Z_{12}$ $Z_{21}$ $Z_{22}$	$\frac{Y_{22}}{\det Y}$ $-\frac{Y_{12}}{\det Y}$ $-\frac{Y_{21}}{\det Y}$ $\frac{Y_{11}}{\det Y}$	$\frac{A_{11}}{A_{21}}$ $\frac{\det A}{A_{21}}$ $\frac{1}{A_{21}}$ $\frac{A_{22}}{A_{21}}$	$\frac{\det H}{H_{22}}$ $\frac{H_{12}}{H_{22}}$ $-\frac{H_{21}}{H_{22}}$ $\frac{1}{H_{22}}$	$\frac{1}{K_{11}}$ $-\frac{K_{12}}{K_{11}}$ $\frac{K_{21}}{K_{11}}$ $\frac{\det K}{K_{11}}$
Y	$\frac{Z_{22}}{\det Z}$ $-\frac{Z_{12}}{\det Z}$ $-\frac{Z_{21}}{\det Z}$ $\frac{Z_{11}}{\det Z}$	$Y_{11}$ $Y_{12}$ $Y_{21}$ $Y_{22}$	$\frac{A_{22}}{A_{12}}$ $-\frac{\det A}{A_{12}}$ $-\frac{1}{A_{12}}$ $\frac{A_{11}}{A_{12}}$	$\frac{1}{H_{11}}$ $-\frac{H_{12}}{H_{11}}$ $\frac{H_{21}}{H_{11}}$ $\frac{\det H}{H_{11}}$	$\frac{\det K}{K_{22}}$ $\frac{K_{12}}{K_{22}}$ $-\frac{K_{21}}{K_{22}}$ $\frac{1}{K_{22}}$
A	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$ $\frac{\det Z}{Z_{21}}$ $\frac{1}{Z_{21}}$ $\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$-\frac{Y_{22}}{Y_{21}}$ $-\frac{1}{Y_{21}}$ $-\frac{\det Y}{Y_{21}}$ $-\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$	$A_{11}$ $A_{12}$ $A_{21}$ $A_{22}$	$-\frac{\det H}{H_{21}}$ $-\frac{H_{11}}{H_{21}}$ $-\frac{H_{22}}{H_{21}}$ $-\frac{1}{H_{21}}$	$\frac{1}{K_{21}}$ $\frac{K_{22}}{K_{21}}$ $\frac{K_{11}}{K_{21}}$ $\frac{\det K}{K_{21}}$
H	$\frac{\det Z}{Z_{22}}$ $\frac{Z_{12}}{Z_{22}}$ $-\frac{Z_{21}}{Z_{22}}$ $\frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Y_{11}}$ $-\frac{Y_{12}}{Y_{11}}$ $\frac{Y_{21}}{Y_{11}}$ $\frac{\det Y}{Y_{11}}$	$\frac{A_{12}}{A_{22}}$ $\frac{\det A}{A_{22}}$ $-\frac{1}{A_{22}}$ $\frac{A_{21}}{A_{22}}$	$H_{11}$ $H_{12}$ $H_{21}$ $H_{22}$	$\frac{K_{22}}{\det K}$ $-\frac{K_{12}}{\det K}$ $-\frac{K_{21}}{\det K}$ $\frac{K_{11}}{\det K}$
K	$\frac{1}{Z_{11}}$ $-\frac{Z_{12}}{Z_{11}}$ $\frac{Z_{21}}{Z_{11}}$ $\frac{\det Z}{Z_{11}}$	$\frac{\det Y}{Y_{22}}$ $\frac{Y_{12}}{Y_{22}}$ $-\frac{Y_{21}}{Y_{22}}$ $\frac{1}{Y_{22}}$	$\frac{A_{21}}{A_{11}}$ $-\frac{\det A}{A_{11}}$ $\frac{1}{A_{11}}$ $\frac{A_{12}}{A_{11}}$	$\frac{H_{22}}{\det H}$ $-\frac{H_{12}}{\det H}$ $-\frac{H_{21}}{\det H}$ $\frac{H_{11}}{\det H}$	$K_{11}$ $K_{12}$ $K_{21}$ $K_{22}$

Name:

Vorname:

### Aufgabe 4: Netzwerkanalyse (18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung. Es sollen die linear unabhängigen Zweig-, Knoten- und Maschengleichungen aufgestellt werden, die zur Bestimmung sämtlicher Zweigströme und Zweigspannungen notwendig sind.



(a) Beschriften Sie die Zweigströme und Zweigspannungen in der Schaltung. Stellen Sie die linear unabhängigen Zweiggleichungen auf.

$$U_{10} = R_{10} i_{10}$$

$$U_{12} = R_{12} i_{12}$$

$$U_{14} = R_{14} i_{14}$$

$$U_{20} = U_{q20} = 2V$$

$$U_{23} = U_{q23} + R_{23} i_{23}$$

$$U_{34} = R_{34} i_{34}$$

$$i_{40} = \frac{1}{R_{E0}} U_{40} - i_{q40}$$

Name:

Vorname:

(b) Markieren Sie die Knoten in der Schaltung und stellen Sie die linear unabhängigen Knotengleichungen auf.

$$\textcircled{1} \quad I_{10} + I_{12} + I_{14} = 0$$

$$\textcircled{2} \quad I_{12} = I_{20} + I_{23}$$

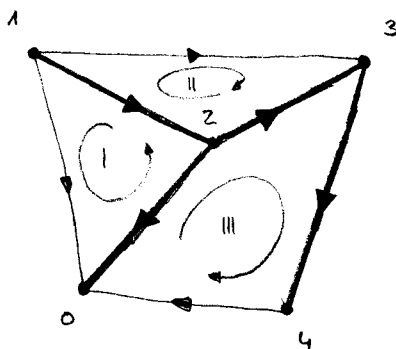
$$\textcircled{3} \quad I_{13} + I_{23} = I_{34}$$

$$\textcircled{4} \quad I_{34} = I_{40}$$

---


$$\textcircled{5} \quad I_{10} + I_{20} + I_{40} = 0$$

(c) Zeichnen Sie den Graph der Schaltung inklusive der Pfeile für den Bezugssinn. Markieren Sie einen vollständigen Baum in dem Graph. Stellen Sie die linear unabhängigen Maschengleichungen auf und zeichnen Sie die dazugehörigen Maschenumläufe in den Graph ein.



— Baumzweig  
 — Verbindungszweig

$$\text{I} : U_{10} = U_{12} + U_{20}$$

$$\text{II} : U_{13} = U_{12} + U_{23}$$

$$\text{III} : U_{40} = U_{23} + U_{34} - U_{20}$$

(d) Geben Sie jeweils die Anzahl für Ihr resultierendes Gleichungssystem an.

Anzahl an unbekanntem Zweigströmen und Zweigspannungen: 14

Anzahl an linear unabhängigen Zweiggleichungen aus (a): 7

Anzahl an linear unabhängigen Knotengleichungen aus (b): 4

Anzahl an linear unabhängigen Maschengleichungen aus (c): 3

Name:

Vorname:

### Aufgabe 5: Gleichstromübertragungsstrecke (10 Punkte)

Es soll eine Gleichstromübertragungsstrecke von 200 km Länge mit Hin- und Rückleiter für eine Nennspannung von 230 kV und einen Nennstrom von 200 A ausgelegt werden. Die Verlustleistung soll auf 1 % der Nennleistung beschränkt bleiben.

(a) Berechnen Sie den mindestens notwendigen Leiterdurchmesser für eine Ausführungen in Kupfer (spezifischer Widerstand  $\rho_{Cu} = 0,01786 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ) sowie eine Ausführung in Aluminium (spezifischer Widerstand  $\rho_{Al} = 0,02857 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ ).

$$U_N = 230 \text{ kV}$$

$$I_N = 200 \text{ A}$$

$$\rightarrow P_N = U_N I_N = 46 \text{ MW}$$

$$P_V \leq \frac{1}{100} P_N = 460 \text{ kW}$$

$$P_V = R_V I_N^2$$

Annahme: zylindrisches Leiter

$$A = \pi \frac{d^2}{4}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \frac{4l}{\pi d^2}$$

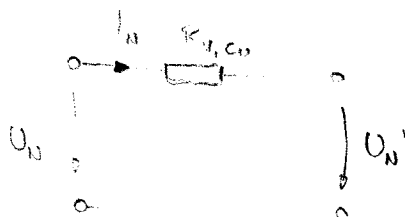
$$\frac{1}{100} U_N I_N \geq \rho \frac{4l}{\pi d^2} I_N^2$$

$$d \geq \sqrt{100 \frac{\rho 4l}{\pi U_N} I_N}$$

$$\text{Kupfer: } d_{Cu} \geq 13,886 \text{ mm}$$

$$\text{Aluminium: } d_{Al} \geq 25,152 \text{ mm}$$

(b) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der Gleichstromübertragungsstrecke für die Ausführung in Kupfer unter Angabe von Zahlenwerten für die Bauteile.



$$R_{l,Cu} \leq \rho_{Cu} \frac{l}{\pi \left(\frac{d_{Cu}}{2}\right)^2}$$

$$\leq 11,5 \Omega$$

Name:

Vorname:

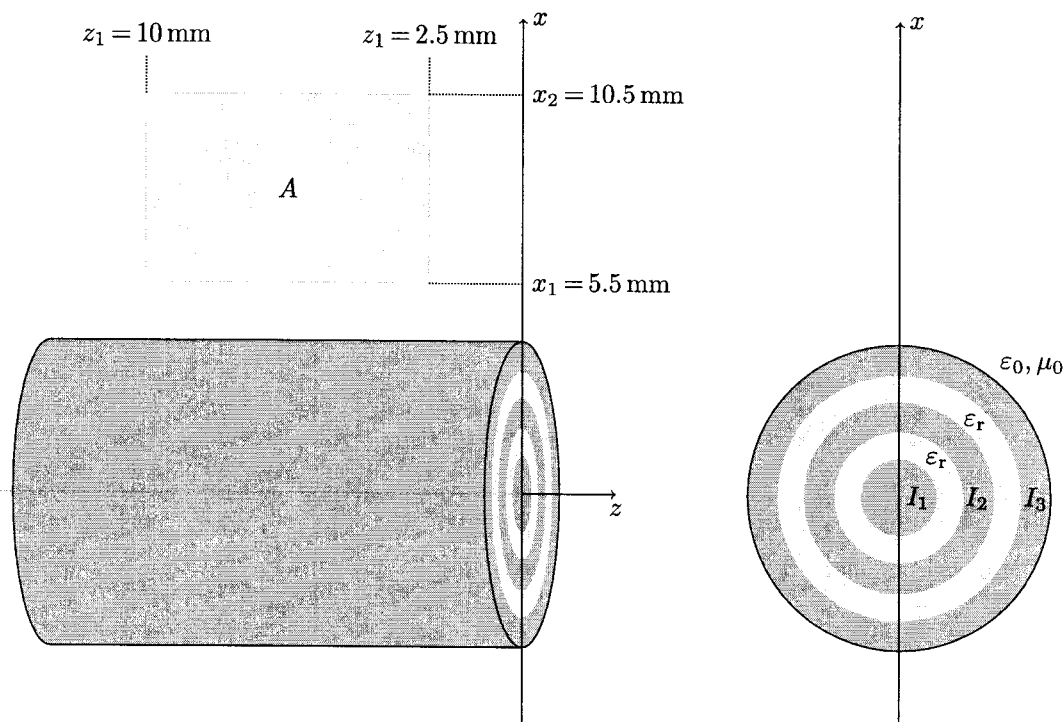
### Aufgabe 6: Koaxialleiter (20 Punkte)

Betrachtet werde der abgebildete dreipolige Koaxialleiter im Vakuum, der aus einem Innenleiter und zwei hohlzylindrischen Außenleitern mit konzentrischem Aufbau besteht. Das Dielektrikum zwischen den Leitern habe eine relative Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  von 2,25. Die Leiter dürfen als ideal leitfähig sowie als unendlich lang angenommen werden. Die Leiter haben die folgenden Durchmesser und Stromstärken:

Innenleiter:  $D_1 = 10 \text{ mm}$ ;  $I_1 = 10 \text{ A}$

Außenleiter 1:  $D_2 = 17 \text{ mm}$ ;  $D_3 = 25 \text{ mm}$ ;  $I_2 = 5 \text{ A}$

Außenleiter 2:  $D_4 = 32 \text{ mm}$ ;  $D_5 = 40 \text{ mm}$ ;  $I_3 = -20 \text{ A}$  (Strom entgegen der Richtung von  $I_1$  und  $I_2$ )



(a) Berechnen Sie den magnetischen Feldstärkevektor  $\vec{H}$  für den gesamten Raum innerhalb und außerhalb des Koaxialleiters.

$$\text{Ansatz: } \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$$\text{Annahme: } \vec{H} = H(r) \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{j}_1 = \frac{I_1}{\pi (r_1^2 - 0)} \vec{e}_z, \text{ sonst } 0$$

$$\vec{j}_2 = \frac{I_2}{\pi (r_3^2 - r_2^2)} \vec{e}_z, \text{ sonst } 0$$

$$\vec{j}_3 = \frac{I_3}{\pi (r_5^2 - r_4^2)} \vec{e}_z, \text{ sonst } 0$$

$$r_i = \frac{D_i}{2} \quad \text{für } i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$r \hat{=}$  Abstand zur z-Achse

$$\vec{j} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 + \vec{j}_3$$

$$\begin{aligned} \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} &= \int_0^{2\pi} H(r) \vec{e}_\varphi \cdot r d\varphi \vec{e}_\varphi \\ &= \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A} \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^r \vec{j} \cdot r dr d\varphi \vec{e}_z \end{aligned}$$

$$H(r) \cdot 2\pi r = \iint_A \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

Name:

Vorname:

$$0 \leq r \leq r_1 : H_1(r) = \frac{I_1}{\pi r_1^2} \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{I_1}{2\pi r_1^2} r$$

$$r_1 \leq r \leq r_2 : H_{22}(r) = \frac{I_1}{\pi r_1^2} \frac{\pi(r^2 - r_1^2)}{2\pi r} = \frac{I_1}{2\pi r}$$

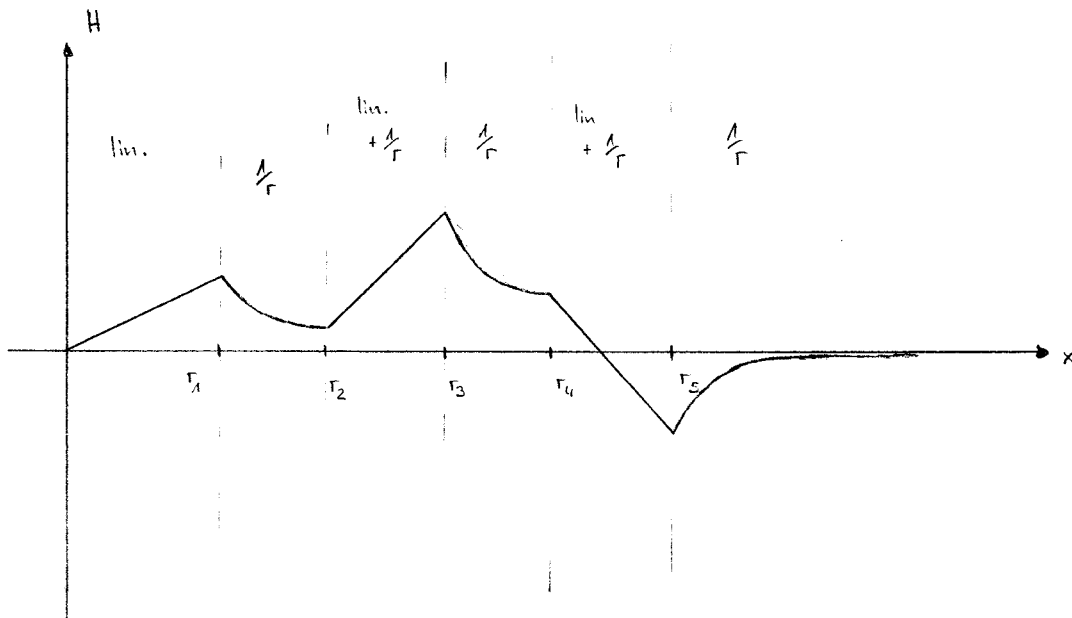
$$r_2 \leq r \leq r_3 : H_2(r) = \frac{I_2}{\pi(r_3^2 - r_2^2)} \frac{\pi(r^2 - r_2^2)}{2r} + H_{22}(r)$$

$$r_3 \leq r \leq r_4 : H_{23}(r) = \frac{I_2}{2\pi r} + H_{22}(r)$$

$$r_4 \leq r \leq r_5 : H_3(r) = \frac{I_3}{\pi(r_5^2 - r_4^2)} \frac{\pi(r^2 - r_4^2)}{2r} + H_{23}(r)$$

$$r_5 \leq r : H_{23}(r) = \frac{I_3}{2\pi r} + H_{23}(r)$$

(b) Zeichnen Sie den Betrag des magnetischen Feldstärkevektors als eine Funktion der in der Zeichnung abgebildeten  $x$ -Achse für  $x \geq 0$ , die durch den Mittelpunkt des Koaxialleiters verläuft.



entlang der  $x$ -Achse gilt  $r = x$

Name:

Vorname:

(c) Berechnen Sie den magnetischen Fluss durch die in der Skizze eingezeichnete Fläche  $A$ .

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\text{im Außenraum: } \vec{H} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2\pi r} \vec{e}_\varphi \quad \text{mit } r = x$$

magn. Fluss:

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1}^{z_2} \mu_0 \vec{H} \cdot dz dx \vec{e}_\varphi$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1}^{z_2} \mu_0 \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2\pi x} dz dx$$

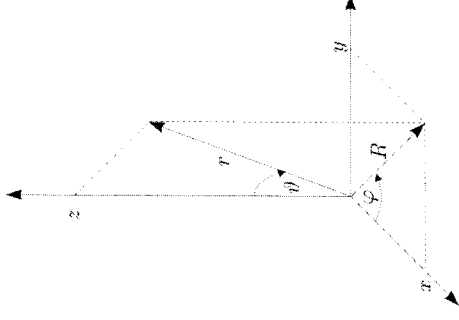
$$= \mu_0 \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2\pi} (z_2 - z_1) \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$$

$$= -4,85 \text{ nVs}$$



### Der Zusammenhang zwischen kartesischen, Kreiszyylinder- und Kugelkoordinaten

Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
$x$	$R \cos \varphi$	$r \sin \vartheta \cos \varphi$
$y$	$R \sin \varphi$	$r \sin \vartheta \sin \varphi$
$z$	$z$	$r \cos \vartheta$
$\sqrt{x^2 + y^2}$	$R$	$r \sin \vartheta$
$\arctan \frac{y}{x}$	$\varphi$	$\varphi$
$z$	$z$	$r \cos \vartheta$
$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	$\sqrt{R^2 + z^2}$	$r$
$\arctan \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$	$\arctan \frac{R}{z}$	$\vartheta$
$\arctan \frac{y}{x}$	$\varphi$	$\varphi$



### Linien-, Flächen- und Volumenelemente in den verschiedenen Koordinatensystemen

	Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
$d\vec{s}$	$\vec{e}_x dx + \vec{e}_y dy + \vec{e}_z dz$	$\vec{e}_R dR + \vec{e}_\varphi R d\varphi + \vec{e}_z dz$	$\vec{e}_r dr + \vec{e}_\vartheta r d\vartheta + \vec{e}_\varphi r \sin \vartheta d\varphi$
$d\vec{f}$	$\vec{e}_x df_x + \vec{e}_y df_y + \vec{e}_z df_z$ $df_x = dy dz$ $df_y = dx dz$ $df_z = dx dy$	$\vec{e}_R df_R + \vec{e}_\varphi df_\varphi + \vec{e}_z df_z$ $df_R = R d\varphi dz$ $df_\varphi = dR dz$ $df_z = R dR d\varphi$	$\vec{e}_r df_r + \vec{e}_\vartheta df_\vartheta + \vec{e}_\varphi df_\varphi$ $df_r = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ $df_\vartheta = r \sin \vartheta dr d\varphi$ $df_\varphi = r dr d\vartheta$
$dv$	$dx dy dz$	$R dR d\varphi dz$	$r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$
grad $\Phi$	$\vec{e}_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial \Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_R \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \vec{e}_\varphi \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \vec{e}_z \frac{\partial \Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \vec{e}_\vartheta \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} + \vec{e}_\varphi \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}$

