Musterlösung

Klausur im Modul
Grundgebiete der Elektrotechnik II

am 28.09.2009, 8:30 – 10:00 Uhr

Name:	Vorname:	Matr.Nr.:

E-Mail-Adresse:

Studiengang:

Prüfungsdauer: 90 Minuten

- Zur Prüfung sind folgende Hilfsmittel zugelassen: Schreibgerät, Geodreieck/Lineal, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie ein DIN A4-Blatt Formelsammlung (beidseitig selbst **handschriftlich** beschrieben, nicht kopiert). Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht gestattet.
- Tragen Sie Name und Vorname auf dem Deckblatt und auch auf **jedem** Aufgabenblatt ein.
- Prüfen Sie die Anzahl der Aufgabenblätter (6 Aufgaben / 15 Seiten) auf Vollständigkeit.
- Die Aufgabenblätter sollen zusammengeheftet bleiben. Die Lösungswege und Lösungen zu den Aufgaben sind in die dafür vorgesehenen Zwischenräume einzutragen. Falls Sie mehr Platz benötigen, verwenden Sie die linken leeren Seiten.
- Bei Abgabe: Bleiben Sie bitte an Ihrem Platz. Die bearbeiteten Aufgabenblätter werden bei Ihnen abgeholt.
- Bitte nichts in die folgenden Tabellen eintragen! Diese werden von uns ausgefüllt.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	10	22	12	24	18	14	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Auszufüllen bei der Klausureinsicht:

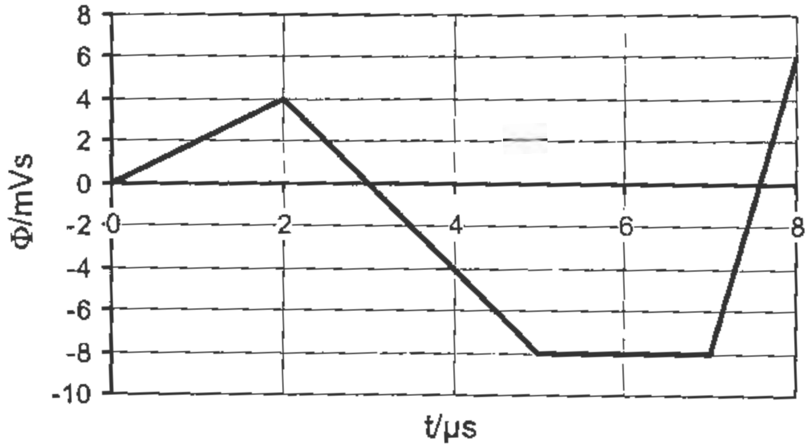
Klausur eingesehen ______________ ______________________

Datum Unterschrift

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Induktion (10 Punkte)

In einer Leiterschleife ändert sich der magnetische Fluss Φ nach der unten gegebenen Zeitfunktion.



(a) Berechnen Sie die induktive Spannung für die Zeitspanne $0 \leq t \leq 8\mu s$.

$$u = \frac{d\Phi}{dt}$$

$\underline{0 \leq t \leq 2\mu s}$

$$u = \frac{4\,mVs}{2\,\mu s} = \underline{2\,kV}$$

$\underline{2\mu s \leq t \leq 5\mu s}$

$$u = \frac{-12\,mVs}{3\mu s} = \underline{-4\,kV}$$

$\underline{5\mu s \leq t \leq 7\mu s}$

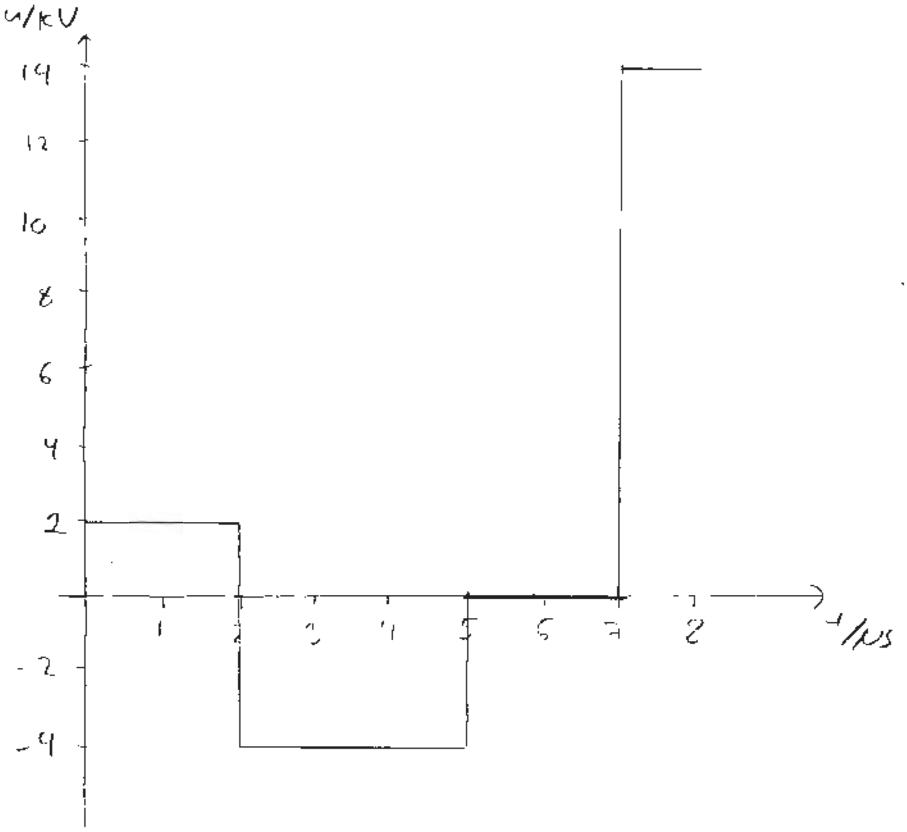
$$u = \frac{0\,mVs}{2\mu s} = \underline{0\,kV}$$

$\underline{7\mu s \leq t \leq 8\mu s}$

$$u = \frac{14\,mVs}{1\mu s} = \underline{14\,kV}$$

Name:	Vorname:

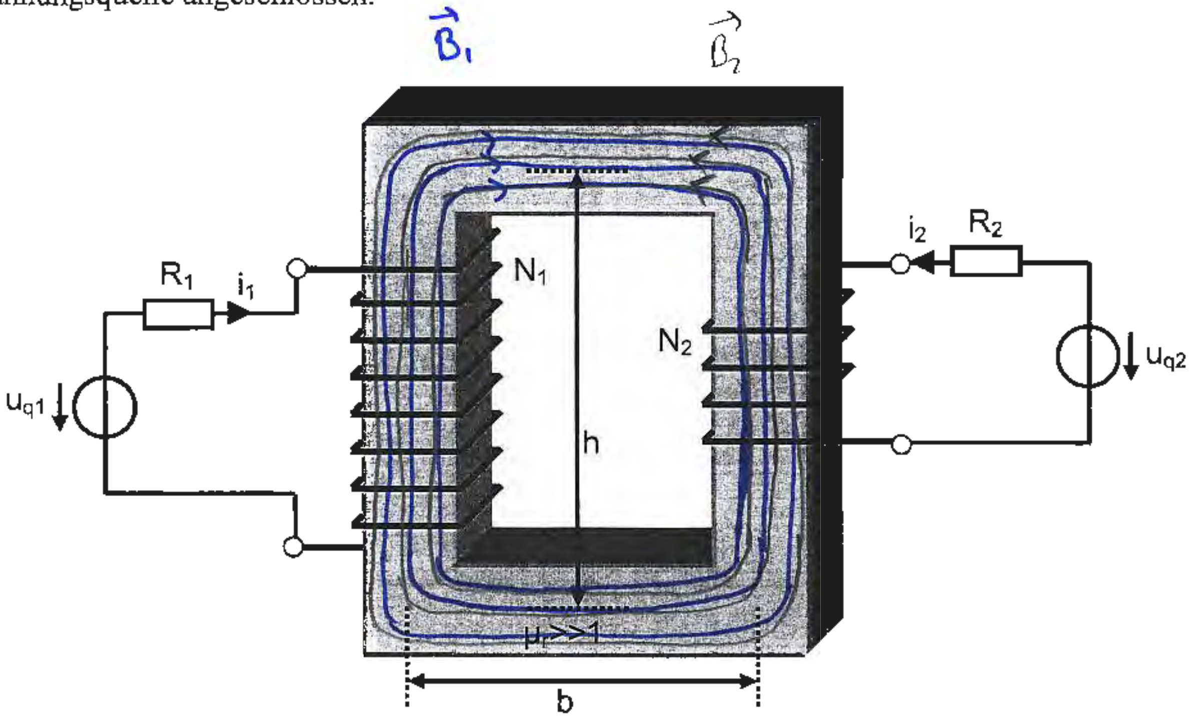
(b) Zeichnen Sie einen Graphen der induktiven Spannung über der Zeit.



Name:	Vorname:

Aufgabe 2: Übertrager (20 Punkte)

Gegeben sei ein Übertrager bestehend aus einem Eisenkern mit der Höhe h, der Breite b, einer quadratischen Querschnittsfläche A sowie einer Permeabilitätszahl μ_r. Die Primärwicklung habe N_1 Windungen und die Sekundärwicklung habe N_2 Windungen. An beiden Seiten sei eine lineare Spannungsquelle angeschlossen.



(a) Zeichnen Sie die Feldlinien der durch die Ströme i_1 und i_2 verursachten magnetischen Flussdichten in die Graphik ein (mindestens jeweils drei Feldlinien für $\vec{B}_1$ und $\vec{B}_2$).

(b) Berechnen Sie die Selbstinduktivitäten L_1 und L_2 der Primärwicklung und der Sekundärwicklung als Funktion der gegebenen Variablen. Die innere Induktivität sei vernachlässigbar.

$$L_1 = \frac{\Psi_{m1}}{i_1} = \frac{N_1 \cdot \Phi_1}{i_1}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta \rightarrow H_1 \cdot (2h + 2b) = N_1 \cdot i_1$$

$$H_1 = \frac{N_1 \cdot i_1}{2h + 2b}$$

$$B_1 = \mu_0 \mu_r \cdot H_1 = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 i_1}{2h + 2b}$$

$$\Phi_1 = B_1 \cdot A = \frac{\mu_0 \mu_r \cdot N_1 \cdot i_1 \cdot A}{2h + 2b}$$

$$\underline{L_1 = \frac{N_1^2 \mu_0 \mu_r A}{2h + 2b}} \qquad \text{Analog: } L_2 = \frac{N_2^2 \mu_0 \mu_r A}{2h + 2b}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie die gegenseitigen Induktivitäten L_{12} und L_{21}.

$$L_{21} = \frac{\Psi_{m21}}{i_1} = \frac{N_2 \cdot \Phi_1}{i_1}$$

$$\Phi_1 = B_1 \cdot A = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 i_1 A}{2h + 2b} \quad \text{(siehe (a))}$$

$$L_{21} = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot \mu_0 \mu_r A}{2h + 2b}$$

$$L_{12} = L_{21} = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{2h + 2b}$$

(d) Wie groß ist die Energiedichte im Eisenkern als Funktion der Ströme und der Induktivitäten?

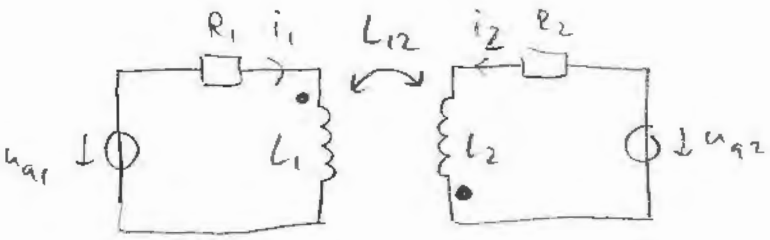
Energie $W_m = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot i_1^2 + \frac{1}{2} L_{12} i_1 \cdot i_2 + \frac{1}{2} L_{21} i_1 \cdot i_2 + \frac{1}{2} \cdot L_2 i_2^2$

$= \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + L_{12} i_1 \cdot i_2 + \frac{1}{2} L_2 \cdot i_2^2$

Energiedichte: $w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + L_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2}{A \cdot (2h + 2b)}$

Name:	Vorname:

(e) Zeichnen Sie das elektrische Ersatzschaltbild der Anordnung (inklusive Wicklungspunkten). Der Leitungswiderstand der Wicklungen sei vernachlässigbar.



(f) Stellen Sie die Maschengleichungen für die Umläufe der Primärseite und der Sekundärseite in Abhängigkeit von i_1 und i_2 auf.

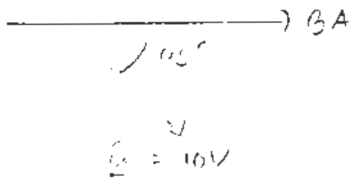
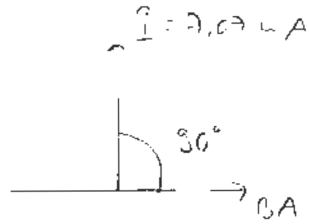
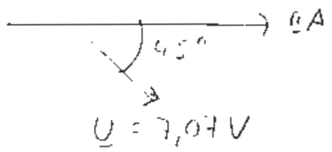
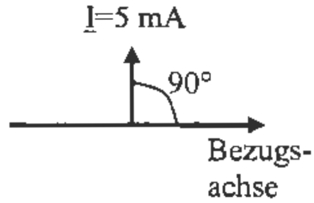
$$u_{q1} = R_1 i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$u_{q2} = R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} - L_{12} \frac{di_1}{dt}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Wechselstromnotationen (12 Punkte)

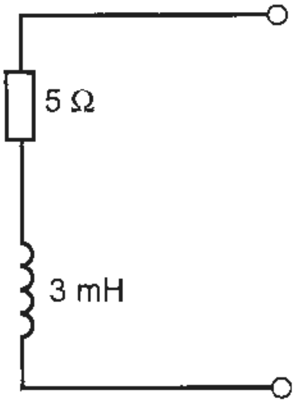
Füllen Sie die nachfolgende Tabelle mit den verschiedenen Darstellungen von Sinusschwingungen aus. Für die Fälle (a) und (b) ist jeweils eine Darstellung gegeben und alle anderen Darstellungsmöglichkeiten für das Signal sollen gefunden werden

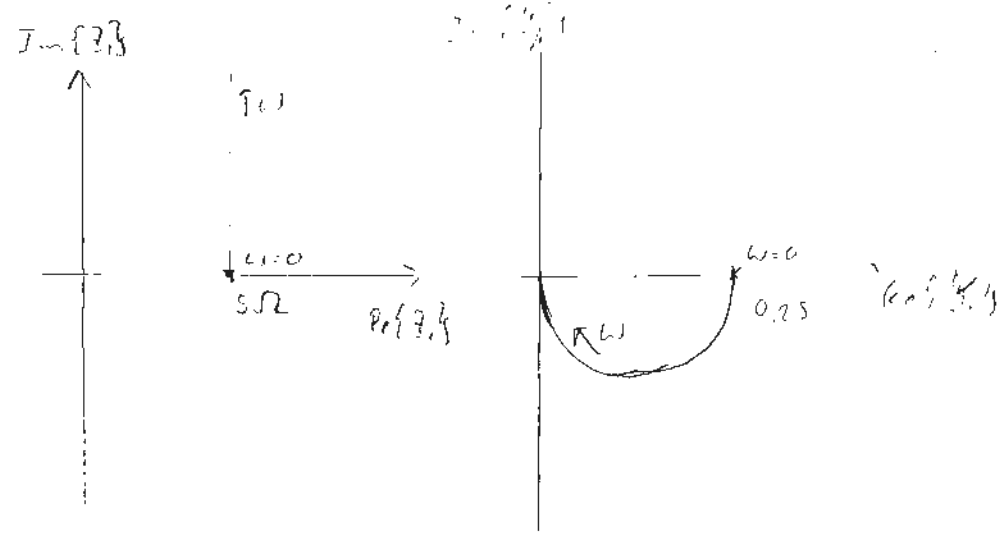
	(a)	(b)
Gleichung im Zeitbereich	u(t) = 10 V cos(2π·60Hz·t - 45°)	$i(t) = 7{,}07\,mA \cos(10\,ms^{-1} t + 90°)$
Kreisfrequenz ω	$\omega = 2\pi\, 60\,Hz = 377\,s^{-1}$	ω = 10 ms^{-1}
Zeigerdarstellung – Amplitudenzeiger		
Zeigerdarstellung – Effektivwertzeiger		
Vollständiges komplexes Symbol	$\underline{u}(t) = 10\,V\, e^{j(2\pi\, 60\,Hz\, t - 45°)}$	$\underline{i}(t) = 7{,}07\,mA\, e^{j(10\,ms^{-1} t + 90°)}$
Komplexes Amplituden-symbol – P-Form	$\hat{\underline{U}} = 10\,V \angle -45°$	$\hat{\underline{I}} = 7{,}07\,mA \angle 90°$
Komplexes Amplituden-symbol – R-Form	$\hat{\underline{U}} = 7{,}07\,V - j \cdot 7{,}07\,V$	$\hat{\underline{I}} = j \cdot 7{,}07\,mA$
Komplexes Effektivwert-symbol – P-Form	$\underline{U} = 7{,}07\,V \angle -45°$	$\underline{I}$ 5 mA $\angle 90°$
Komplexes Effektivwert-symbol – R-Form	$\underline{U} = 5\,V - j\,5\,V$	$\underline{I}$ $j \cdot 5\,mA$

Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Leitwertfunktion (24 Punkte)

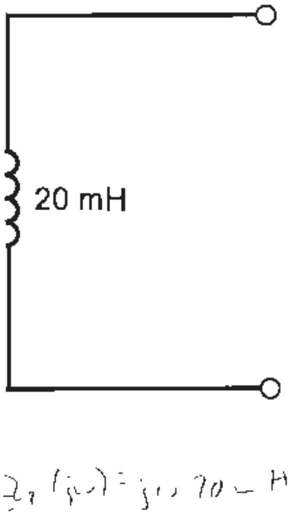
(a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Widerstandsfunktion und die Ortskurve der Leitwertfunktion für das passive Netz 1:

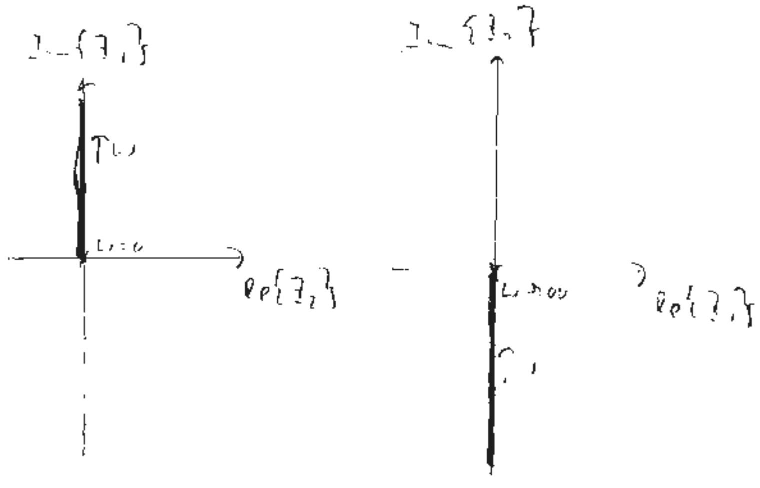




$Z_1(j\omega) = 5\,\Omega + j\omega\, 3\,mH$

(b) Skizzieren Sie die Ortskurve der Widerstandsfunktion und die Ortskurve der Leitwertfunktion für das passive Netz 2:

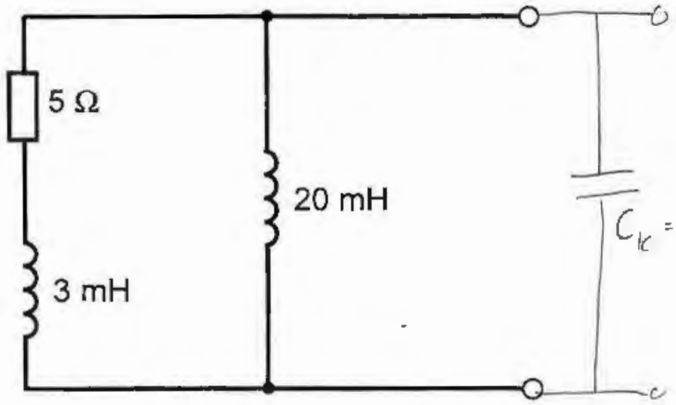




$Z_2(j\omega) = j\omega\, 20\,mH$

Name:	Vorname:

Nun werden das passive Netz 1 und das passive Netz 2 zu einem Gesamtnetz parallel geschaltet:



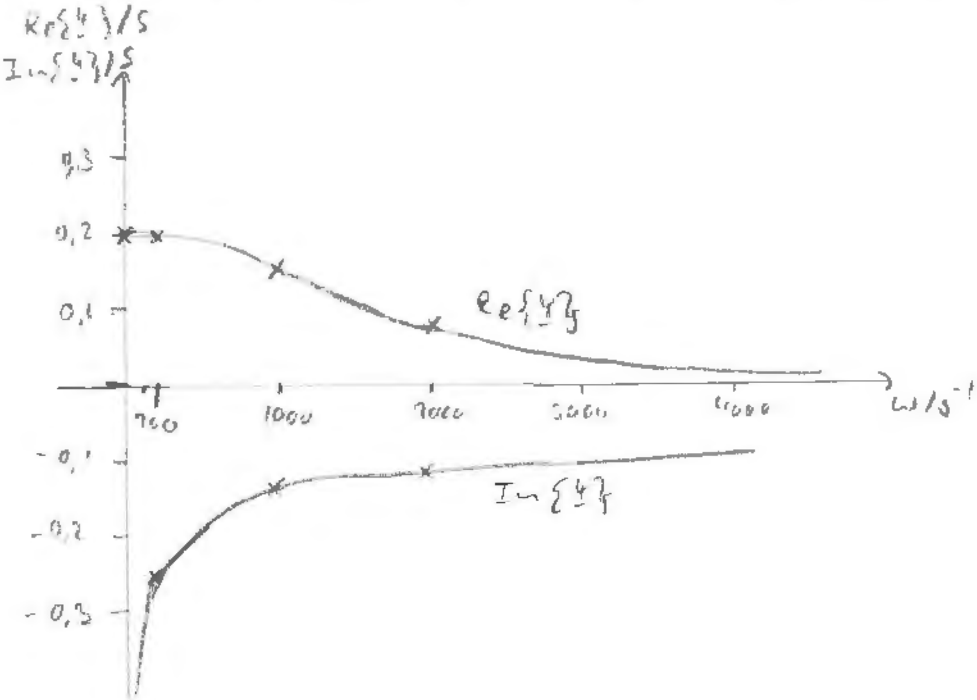
(c) Erstellen Sie eine Wertetabelle für das Frequenzverhalten der Leitwertfunktion des Gesamtnetzes. Berechnen Sie dazu den Realteil und den Imaginärteil der Leitwertfunktion für die folgenden fünf Kreisfrequenzen: $\omega_1 = 0\ s^{-1}$; $\omega_2 = 200\ s^{-1}$; $\omega_3 = 1000\ s^{-1}$; $\omega_4 = 2000\ s^{-1}$; $\omega_5 \to \infty$.

ω	$Re\{\underline{Y}\}$	$Im\{\underline{Y}\}$
$\omega_1 = 0\ s^{-1}$	0,2 S	$\to -\infty$
$\omega_2 = 200\ s^{-1}$	0,127 S	−0,274 S
$\omega_3 = 1000\ s^{-1}$	0,147 S	−0,138 S
$\omega_4 = 2000\ s^{-1}$	0,082 S	−0,123 S
$\omega_5 \to \infty$	0 S	0 S

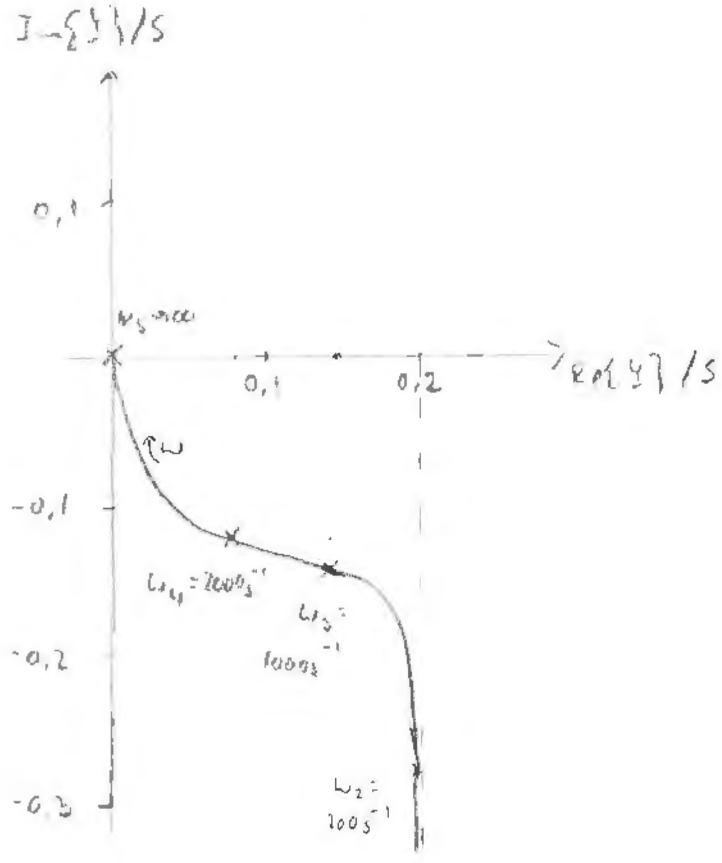
$$\underline{Y}(j\omega) = \frac{1}{5\Omega + j\omega 3mH} + \frac{1}{j\omega 20mH}$$

Name:	Vorname:

(d) Zeichnen Sie einen Graphen mit jeweils einer Kurve für den Real- und Imaginärteil der Leitwertfunktion des Gesamtnetzes über der Kreisfrequenz (Komponentendarstellung).



(e) Zeichnen Sie die Ortskurve der Leitwertfunktion für das Gesamtnetz.



Name:	Vorname:

(f) Welchen Leistungsfaktor hat das Gesamtnetz bei der Kreisfrequenz $\omega_3 = 1000\ s^{-1}$?

$\underline{Y}(j\omega_3) = 0{,}147\ S - j0{,}138\ S = 0{,}2\ S\ \underline{/-43{,}2^\circ}$

$\rightarrow \lambda = \cos\varphi = \cos(-43{,}2^\circ) = \underline{0{,}73}$

(g) Es soll nun eine vollständige Blindleistungskompensation für die Kreisfrequenz $\omega_3 = 1000\ s^{-1}$ realisiert werden. Zeichnen Sie die dafür notwendige(n) Komponente(n) in die Schaltung des Gesamtnetzes ein und spezifizieren Sie diese.

$\underline{Z}(j\omega_3) = \dfrac{1}{\underline{Y}(j\omega_3)} = 3{,}62\ \Omega + j \cdot 3{,}33\ \Omega$

Netz wirkt induktiv → Blindleistungskompensation

mit Kondensator C_K in Parallelschaltung

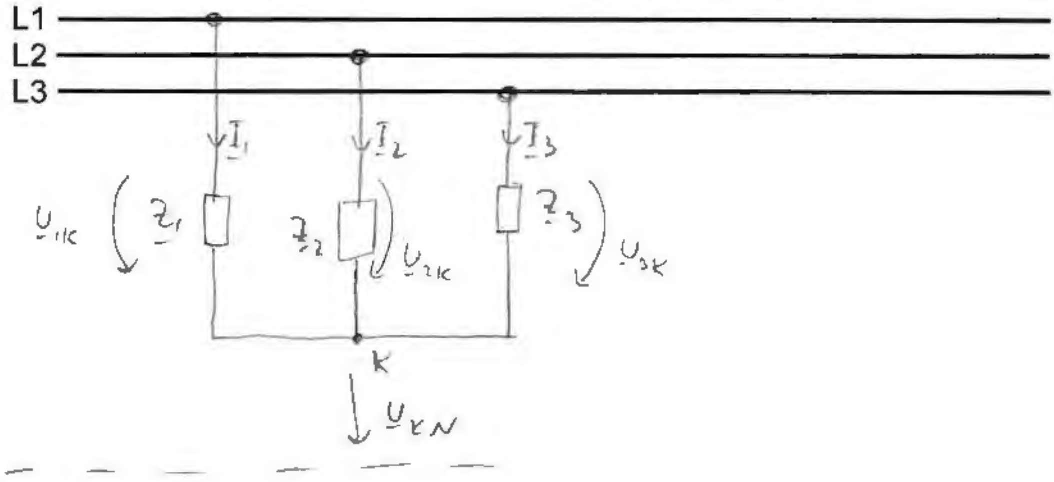
$j\omega_3 \cdot C_K \stackrel{!}{=} j \cdot 0{,}138\ S \quad \rightarrow C_K = 138\ \mu F$

Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Drehstrom (18 Punkte)

An ein 400-V-Drehstromnetz mit drei Leitern sollen drei Verbraucher $\underline{Z}_1 = 10\ \Omega\ \angle 80°$, $\underline{Z}_2 = 30\ \Omega\ \angle 20°$, $\underline{Z}_3 = 5\ \Omega\ \angle 0°$in Sternschaltung angeschlossen werden.

(a) Zeichnen Sie die Schaltung ein:



(b) Berechnen Sie die Strangspannungen und die Strangströme.

$U = 400\ V \quad ; \quad U_\lambda = \frac{U}{\sqrt{3}} = 231\ V$

$\underline{U}_{1N} = U_\lambda \cdot \angle 0° \quad ; \quad \underline{U}_{2N} = U_\lambda \angle -120° \quad ; \quad \underline{U}_{3N} = U_\lambda \angle 120°$

$$\underline{U}_{KN} = \frac{\underline{U}_{1N}/\underline{Z}_1 + \underline{U}_{2N}/\underline{Z}_2 + \underline{U}_{3N}/\underline{Z}_3}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = 102V\ \angle 178°$$

$\underline{U}_{1K} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{KN} = 333V\ \angle -1° \qquad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1K}}{\underline{Z}_1} = 33{,}3A\ \angle -81°$

$\underline{U}_{2K} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{KN} = 204V\ \angle -94° \qquad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2K}}{\underline{Z}_2} = 6{,}8A\ \angle -114°$

$\underline{U}_{3K} = \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{KN} = 197V\ \angle 94° \qquad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3K}}{\underline{Z}_3} = 39{,}4A\ \angle 94°$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie die von der Verbrauchergruppe aufgenommene Wirkleistung und Blindleistung. Wie groß ist der Leistungsfaktor der Verbrauchergruppe?

$\underline{S} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*$

$= 11{,}0\ \text{kW} + j\ 11{,}4\ \text{kvar} = 15{,}8\ \text{kVA} \angle 46°$

Wirkleistung $P = 11{,}0\ \text{kW}$

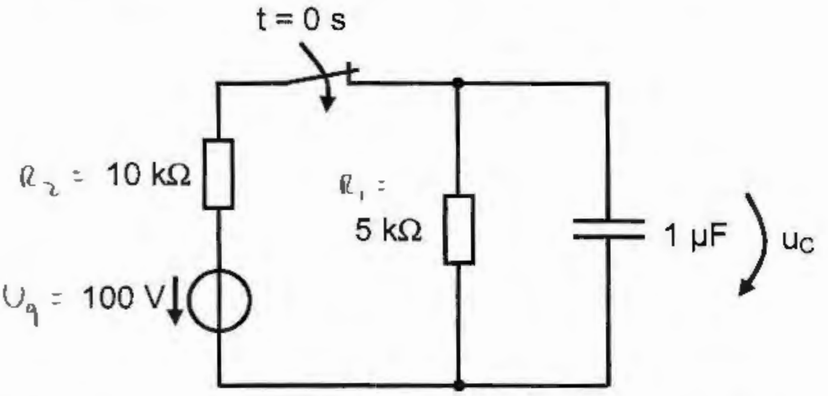
Blindleistung $Q = 11{,}4\ \text{kvar}$

$\lambda = \cos\varphi = \cos(46°) = 0{,}7$

Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Schaltvorgang (14 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk, in dem der Schalter zum Zeitpunkt t = 0 s geschlossen wird.



(a) Handelt es sich um ein schwingungsfähiges System? Begründen Sie Ihre Antwort!

Nein, da nur eine Art von Energiespeicher vorhanden ist.

(b) Berechnen Sie den Zeitverlauf der Spannung $u_C(t)$ für $t > 0s$.

Lösung mit Hilfe der Differentialgleichung $u_C = U_E + (U_A - U_E) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

Anfangswert: $U_A = 0\,V$

Endwert: $U_E = U_q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 100V \cdot \frac{5k\Omega}{15k\Omega} = 33,3\,V$

Ersatzwiderstand: $R_E = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 3,33\,k\Omega$

Zeitkonstante: $\tau = R_E \cdot C = 3,33\,ms$

$u_C(t) = 33,3V - 33,3V\, e^{-\frac{t}{3,33ms}} = 33,3V\left(1 - e^{-\frac{t}{3,33ms}}\right)$

Name:	Vorname:

(c) Zeichnen Sie den Zeitverlauf der Spannung $u_C(t)$ für $t > 0$ in einem sinnvollen Zeitbereich.

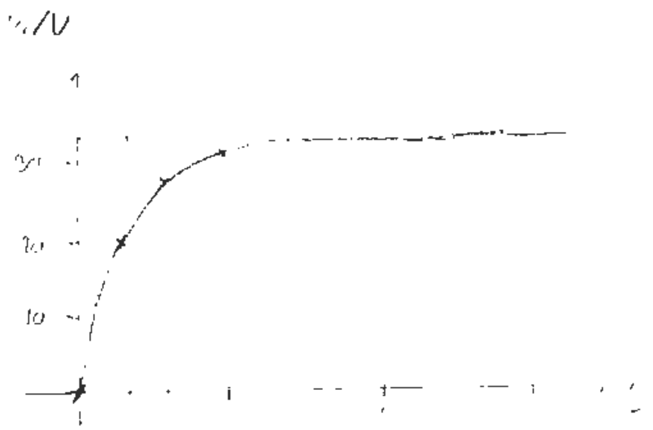


Tabelle Laplace-Transformation:

Nr.	Originalraum: $f(t)$ für $t \geq 0$	Bildraum: $\underline{F}(s)$
10	1	$\frac{1}{s}$
11	t	$\frac{1}{s^2}$
12	$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
13	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
14	$\frac{1}{a} \cdot (1 - e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$