C | A | U	Christian-Albrechts-Universität zu Kiel	Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Grundgebiete der Elektrotechnik I**
Datum	**13.09.2017**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr. Martina Gerken**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	
Vorleistung **vor** WS 16/17 bei	☐ Nein

Erklärung der/des Kandidati

Musterlösung

Hiermit bestätige ich, dass icl … dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, das … samt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufig … wurde. Nach dem Einsicht-nahmetermin kann ich mein … n Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitrau … iderspruch gegen dieses Prü-fungsverfahren einlegen. Da…

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	10	18	18	18	22	14	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________ Unterschrift: ____________________

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Konzepte (10 Punkte)

Erläutern Sie die folgenden Begriffe der Elektrotechnik in ganzen Sätzen. In der Erläuterung dürfen keine Formeln oder Formelzeichen auftauchen!

(a) Wegintegral

Als Wegintegral beschreibt man die Integration entlang einer parametrisierten Kurve im mehrdimensionalen oder komplexen Raum.

(b) Elektrostatisches Feld

Ein elektrostatisches Feld ist ein elektrisches Feld, welches zeitlich konstant ist. Es bewegen sich keine Ladungsträger.

(c) Überlagerungssatz

Der Überlagerungssatz besagt, dass in einem linearen Netz Ströme und Spannungen für einzelne Quellen getrennt berechnet und später addiert werden können.

(d) Zweitor

Ein Zweitor ist ein Netz mit vier Klemmen, von denen jeweils zwei funktionell zusammen gehören und die Strombedingung erfüllen.

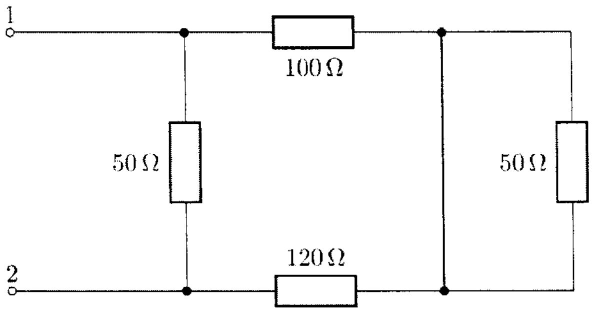
(e) Lorentz-Kraft

Die Lorentz-Kraft ist die Kraft, die auf eine bewegte Ladung im Magnetfeld ausgeübt wird.

Name:	Vorname:

Aufgabe 2: Ersatzzweipole (18 Punkte)

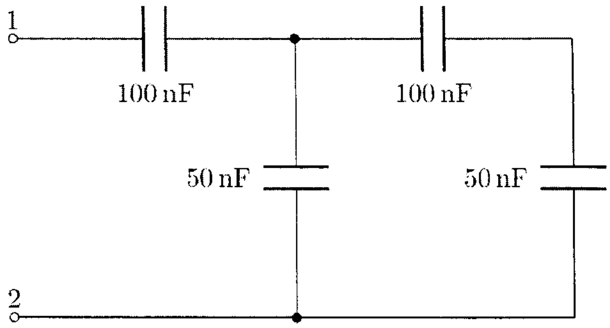
(a) Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für die folgende Schaltung.



$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{50\,\Omega} + \frac{1}{100\,\Omega + 120\,\Omega}}$$

$$= \underline{\underline{40{,}74\,\Omega}}$$

(b) Berechnen Sie die Ersatzkapazität für die folgende Schaltung.

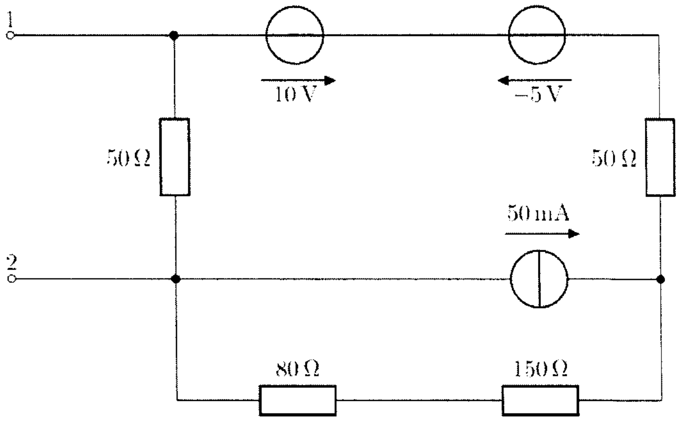


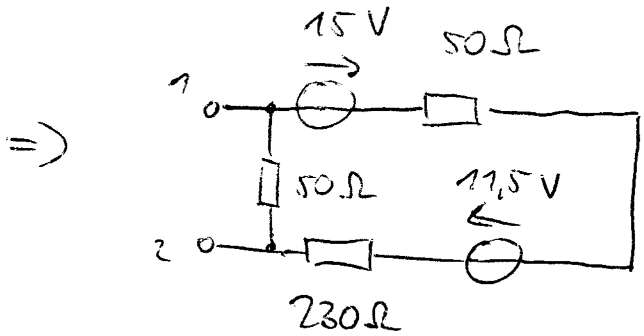
$$C_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{100\,nF} + \frac{1}{50\,nF + \frac{1}{\frac{1}{100\,nF} + \frac{1}{50\,nF}}}}$$

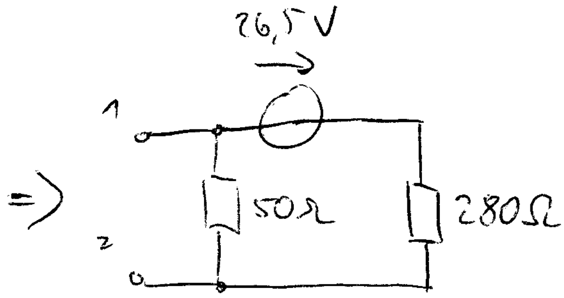
$$= \underline{\underline{45{,}45\,nF}}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung.



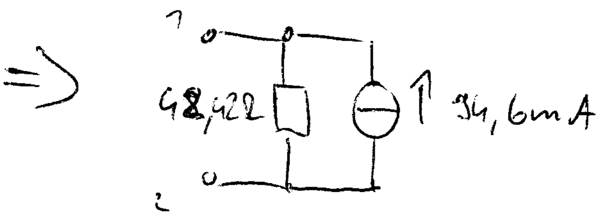


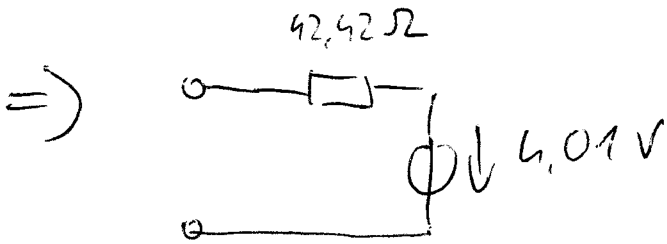


$$I_{qe} = \frac{26,5\,V}{280\,V} = 94,6\,mA$$

$$R_i = 50\,\Omega \,||\, 280\,\Omega = 42,42\,\Omega$$

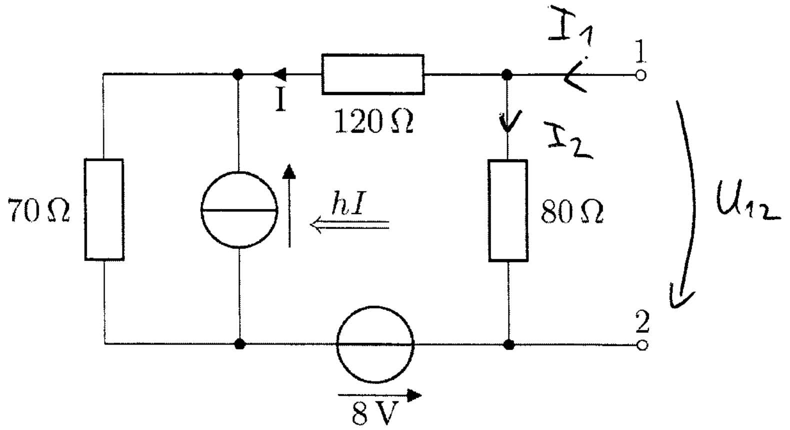
$$U_{qe} = I_{qe} \cdot R_i = 4,01\,V$$





Name:	Vorname:

(d) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung, der Verstärkungsfaktor betrage h = 1,5.



$$R_i = \frac{U_{12}}{I_1}\Big|_{I_1 = 1A} = \frac{80\Omega \cdot I_2}{1A} = \frac{80\Omega \cdot 295}{375} = \underline{\underline{62{,}93\,\Omega}}$$

$$I = 1A - I_2 \Rightarrow I_2 = 1A - I$$

$$U_{12} = I_2 \cdot 80\Omega = 120\Omega \cdot I + 2{,}5 \cdot I \cdot 70\Omega$$

$$= (1A - I) \cdot 80\Omega = I \cdot (120\Omega + 2{,}5 \cdot 70\Omega)$$

$$\Rightarrow I = 1A \cdot \frac{80}{375} \Rightarrow I_2 = \frac{295}{375} \cdot A$$

$$U_{qe} = -I \cdot 80\Omega \,\Big|_{U_{12}=0} = 21{,}3\,mA \cdot 80\Omega = \underline{\underline{1{,}707\,V}}$$

$$8V = -2{,}5 I \cdot 70\Omega - I \cdot 120\Omega - I \cdot 80\Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{8V}{-375\Omega} = -21{,}3\,mA$$

$$I_{qe} = \frac{U_{qe}}{R_i} = 27{,}1\,mA$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Transistor (18 Punkte)

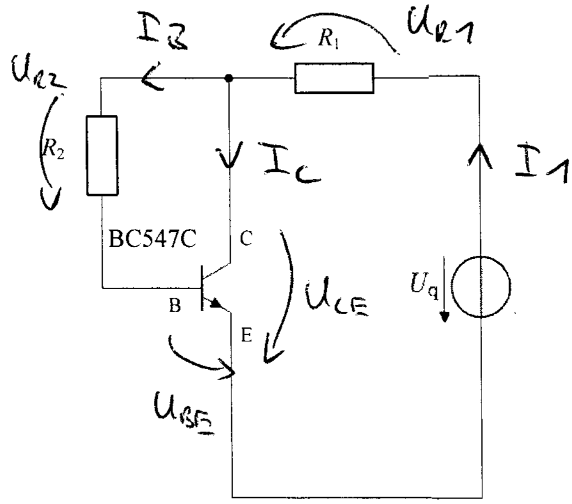
Gegeben ist folgende Transistorschaltung mit dem Transistor BC 547C. Der Transistor soll bei einer Quellspannung von $U_q = 20$ V im ausgangsseitigen Arbeitspunkt $U_{CE} = 15$ V, $I_C = 100$ mA betrieben werden.

(a) Dimensionieren Sie die Widerstände R_1 und R_2 mit Hilfe des gegebenen Kennlinienfeldes auf der nächsten Seite! Tragen Sie den Arbeitspunkt in jede der Kennlinien ein!

$U_{CE} = 15V$

$I_C = 100 mA$

$U_q = 20V$



Aus Arbeitspunkt:

$\underline{\underline{I_B = 0,3 mA}}$, $\underline{\underline{U_{BE} = 0,82V}}$

$I_1 = I_B + I_C = 100,3 mA$

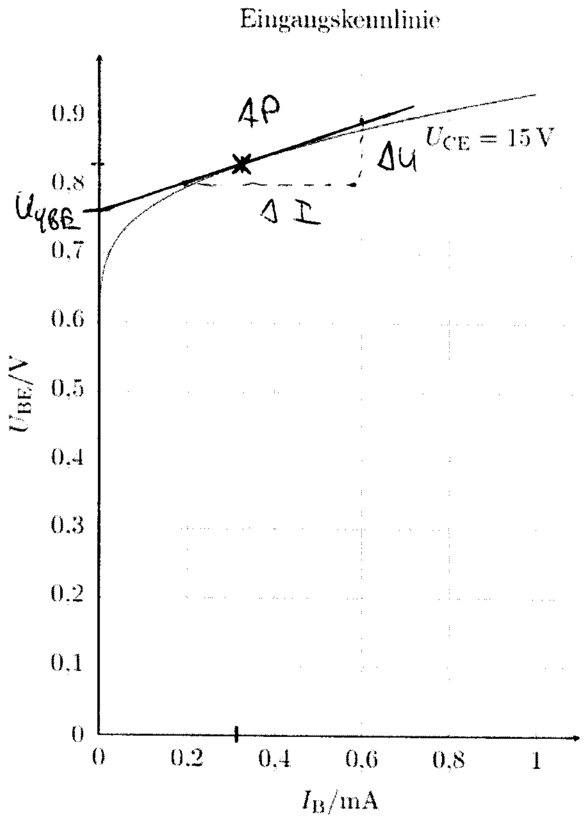
$U_{R1} = U_q - U_{CE} = 5V$

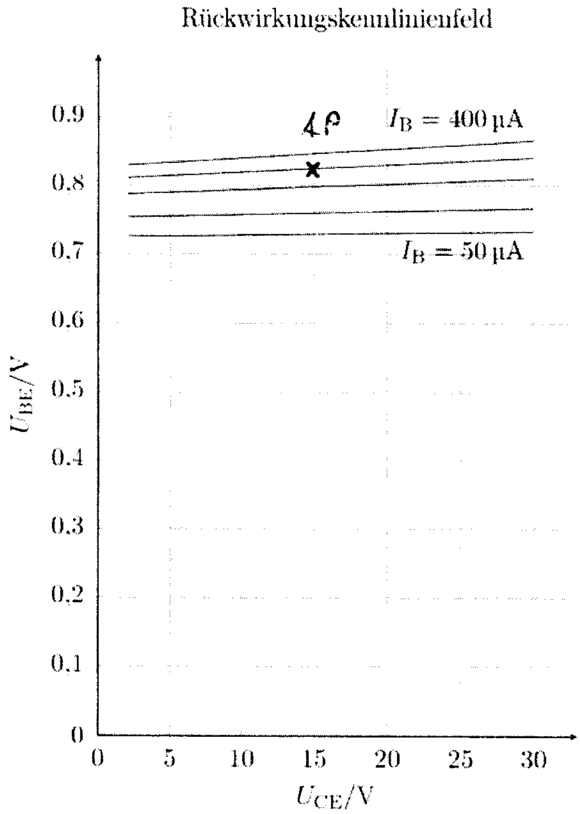
$R_1 = \frac{U_{R1}}{I_1} = \frac{5V}{100,3 mA} = \underline{\underline{49,85\,\Omega}}$

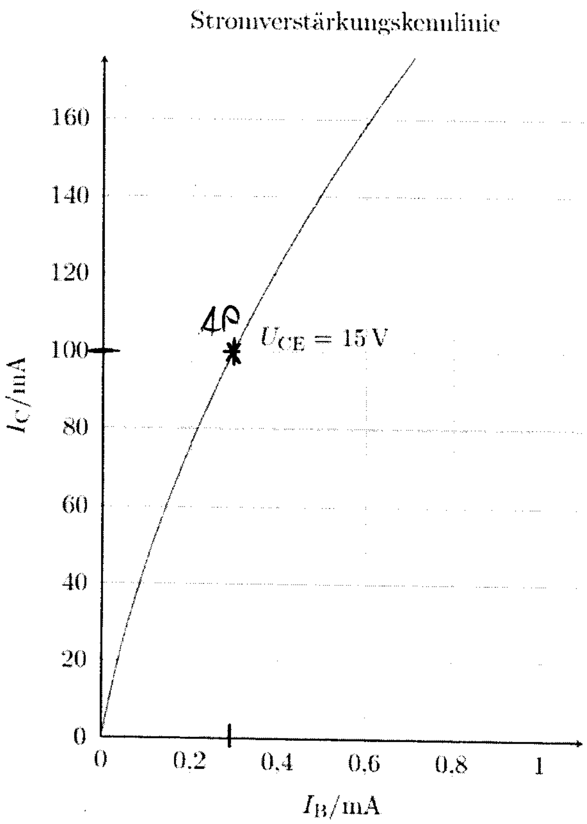
$R_2 = \frac{U_{R2}}{I_B} = \frac{15V - 0,82V}{0,3 mA} = \underline{\underline{47,26\,k\Omega}}$

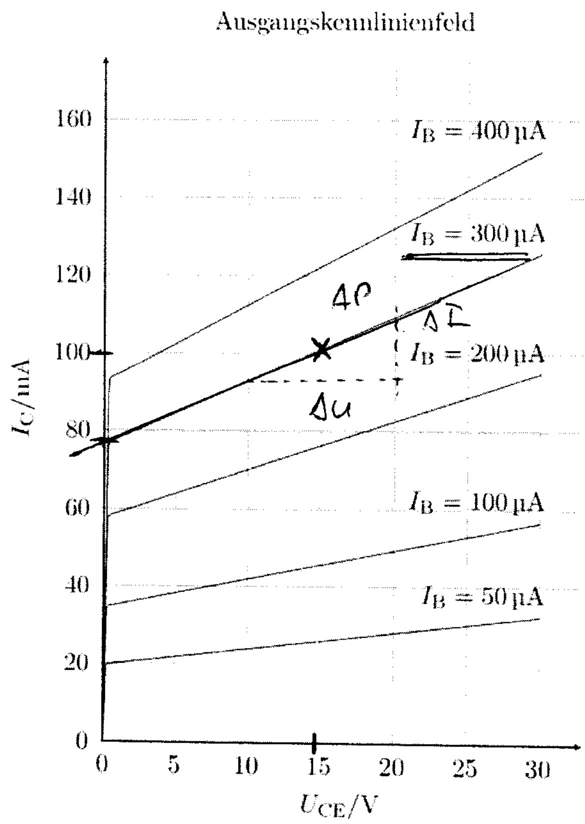
Name:	Vorname:

Transistorkennlinien BC547C



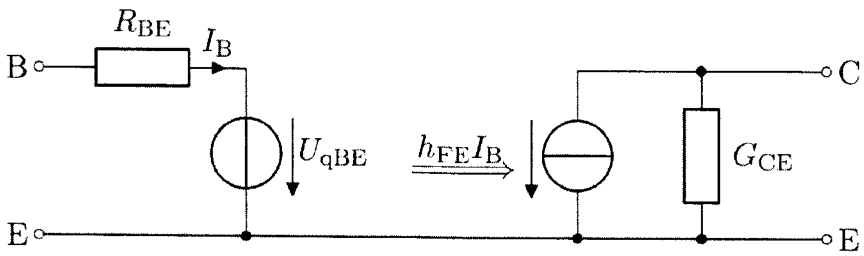






Name:	Vorname:

(b) Für den Transistor BC 547C soll in der Schaltung in (a) eine lineare Ersatzschaltung eingesetzt werden. Bestimmen Sie für den angegebenen Arbeitspunkt $U_{CE} = 15$ V, $I_C = 100$ mA die Kenngrößen R_{BE}, U_{qBE}, h_{FE} und G_{CE} des folgenden linearen Transistormodells.



Tangente an Eingangskennlinie im AP

→ Steigung gibt $R_B = \frac{\Delta U}{\Delta I} \approx \frac{0{,}04V}{0{,}2mA} \approx \underline{\underline{200\,\Omega}}$

→ Schnittpunkt gibt $U_{qBE} \approx \underline{\underline{0{,}75\,V}}$

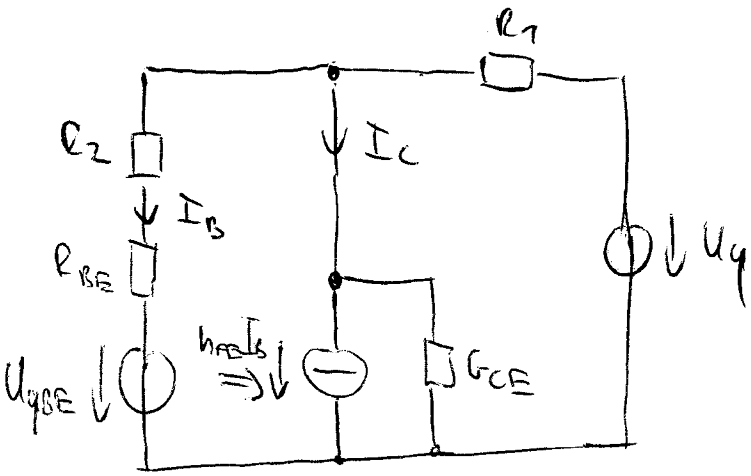
Tangente im Ausgangskennlinienfeld

→ Steigung der Tangente liefert $G_{CE} = \frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{15mA}{10V} = \underline{\underline{1{,}5\,mS}}$

→ Schnittpunkt mit I_C Achse: $I_C|_{AP, U_{CE}=0} = 75mA$

$$h_{FE} = \frac{I_C|_{AP, U_{CE}=0}}{I_B} = \frac{75mA}{0{,}3mA} = \underline{\underline{250}}$$

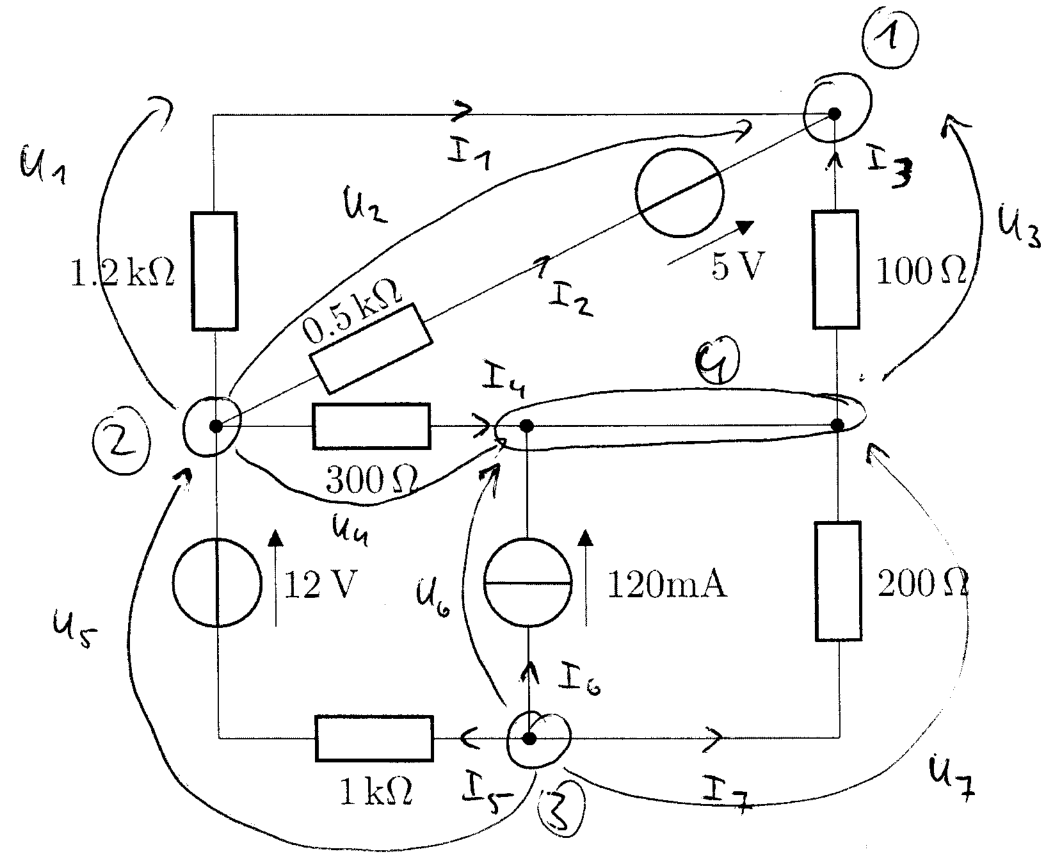
(c) Zeichnen Sie für die resultierende lineare Ersatzschaltung für die Schaltung in (a)!



Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse (18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung. Es sollen die linear unabhängigen Zweig-, Knoten- und Maschengleichungen aufgestellt werden, die zur Bestimmung sämtlicher Zweigströme und Zweigspannungen notwendig sind.



(a) Beschriften Sie die Zweigströme und Zweigspannungen in der Schaltung. Stellen Sie die linear unabhängigen Zweiggleichungen auf.

$$I_1 = \frac{U_1}{1{,}2\,k\Omega} \qquad I_4 = \frac{U_4}{300\,\Omega}$$

$$I_2 = \frac{U_2 - 5V}{0{,}5\,k\Omega} \qquad I_5 = \frac{U_5 - 12V}{1\,k\Omega}$$

$$I_3 = \frac{U_3}{100\,\Omega} \qquad I_6 = 120\,mA$$

Name:	Vorname:

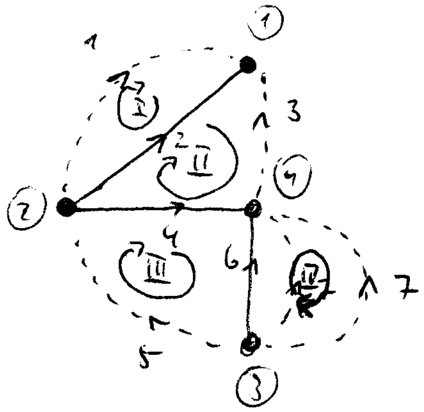
(b) Markieren Sie die Knoten in der Schaltung und stellen Sie die linear unabhängigen Knotengleichungen auf.

1: $0 = I_1 + I_2 + I_3$

2: $0 = -I_1 - I_2 - I_4 + I_5$

3: $0 = -I_5 - I_6 + I_7$

(c) Zeichnen Sie den Graph der Schaltung inklusive der Pfeile für den Bezugssinn. Markieren Sie einen vollständigen Baum in dem Graph. Stellen Sie die linear unabhängigen Maschengleichungen auf und zeichnen Sie die dazugehörigen Maschenumläufe in den Graph ein.



I $\quad 0 = U_1 - U_2$

II $\quad 0 = U_2 - U_3 - U_4$

III $\quad 0 = U_4 + U_5 - U_6$

IV $\quad 0 = U_6 - U_7$

(d) Geben Sie jeweils die Anzahl für Ihr resultierendes Gleichungssystem an.

Anzahl an unbekannten Zweigströmen und Zweigspannungen: 7

Anzahl an linear unabhängigen Zweiggleichungen aus (a): 6

Anzahl an linear unabhängigen Knotengleichungen aus (b): 3

Anzahl an linear unabhängigen Maschengleichungen aus (c): 4

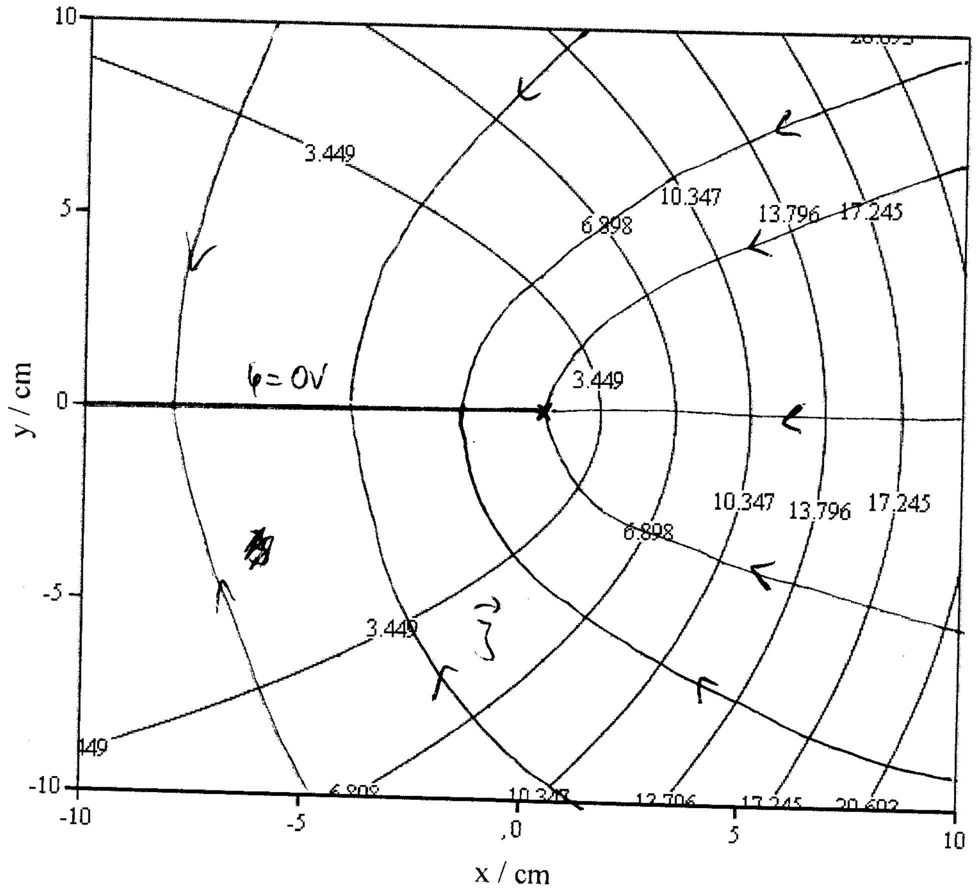
Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Stromfluss in einem Potentialfeld (22 Punkte)

(a) Gegeben sei ein elektrisches Potentialfeld in einem leitfähigen Medium (spezifische Leitfähigkeit $\kappa = 5\ S/m$), das über die folgende Abhängigkeit beschrieben ist:

$$\varphi_e(x,y) = x\,\frac{V}{cm} + \sqrt{x^2\,\frac{V^2}{cm^2} + y^2\,\frac{V^2}{cm^2}}$$

Die Grafik zeigt das Potential in Volt in der x-y-Ebene für z=0. Zeichnen Sie die Lage der Erde mit $\varphi_e = 0\ V$ in die Grafik ein. Zeichnen Sie fünf Feldlinien der Stromdichte in die Grafik ein.



Name:	Vorname:

(b) Durch das Einschalten einer zusätzlichen Quelle ändere sich das elektrische Potentialfeld in dem leitfähigen Medium zu:

$$\varphi_e(x,y,z) = x\,\frac{V}{cm} + \sqrt{x^2\frac{V^2}{cm^2} + y^2\frac{V^2}{cm^2}} + 1V\sin\frac{z}{cm}$$

Berechnen Sie die Spannung zwischen den Raumpunkten P_1(5 cm, 5 cm, 0 cm) und P_2(7 cm, -3 cm, 2 cm).

$$U_{12} = \varphi_{P1} - \varphi_{P2} = 5V + \sqrt{25V^2 + 25V^2} - 7V - \sqrt{49V^2 + 9V^2} - 1V \cdot \sin(2)$$

$$= \underline{\underline{-3{,}45\,V}}$$

(c) Berechnen Sie den Stromdichtevektor als eine Funktion von x, y, und z für den gesamten Raum.

$$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} = \kappa \cdot (-\operatorname{grad} \varphi)$$

$$= \kappa \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{e}_z \right)$$

$$= \kappa \cdot \Big[\left(1\frac{V}{cm} + x\frac{V^2}{cm^2} \cdot \left(x^2\frac{V^2}{cm^2} + y^2\frac{V^2}{cm^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \cdot \vec{e}_x$$

$$+ \left(y\frac{V^2}{cm^2} \left(x^2\frac{V^2}{cm^2} + y^2\frac{V^2}{cm^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \cdot \vec{e}_y$$

$$+ \left(-\frac{1V}{cm} \cdot \cos\left(\frac{z}{cm}\right) \right) \vec{e}_z \Big]$$

Name:	Vorname:

(d) Berechnen Sie den Stromdichtevektor im Punkt P_2(7 cm, -3 cm, 2 cm).

$$\vec{J}\begin{pmatrix}7\\-3\\2\end{pmatrix} = \kappa \cdot \Big[\Big(\frac{1V}{cm} + \frac{7V^2}{cm}\cdot\left(49V^2+9V^2\right)^{-\frac{1}{2}}\Big)\vec{e}_x + \Big(-3\frac{V^2}{cm}\cdot\left(49V^2+9V^2\right)^{-\frac{1}{2}}\Big)\vec{e}_y + \Big(-1\frac{V}{cm}\cdot\cos(2)\Big)\vec{e}_z\Big]$$

$$= 0{,}5\frac{S}{cm}\begin{pmatrix}1+\frac{7}{\sqrt{58}}\\ -\frac{3}{\sqrt{58}}\\ -0{,}42\end{pmatrix}\frac{V}{cm} = \begin{pmatrix}0{,}5+\frac{3{,}5}{\sqrt{58}}\\ -\frac{1{,}5}{\sqrt{58}}\\ -0{,}21\end{pmatrix}\frac{A}{cm^2}$$

Name:	Vorname:

(e) Gegeben sei die Fläche A parallel zur xy-Ebene, die durch den Punkt $P(0, 0, 1\text{ cm})$ verläuft und die begrenzt ist durch $0\text{ cm} \leq x \leq 5\text{ cm}$, $0 \leq y \leq 5\text{ cm}$. Berechnen Sie die Stromstärke I durch die Fläche A.

$$I = \int_0^{5cm}\int_0^{5cm} \vec{J}\, dx\, dy \Big|_{z=1cm}$$

$$= \iint_A \vec{J}\, d\vec{A} = \int_0^{5cm}\int_0^{5cm} \vec{J}\cdot\vec{e}_z\, dx dy \Big|_{z=1cm}$$

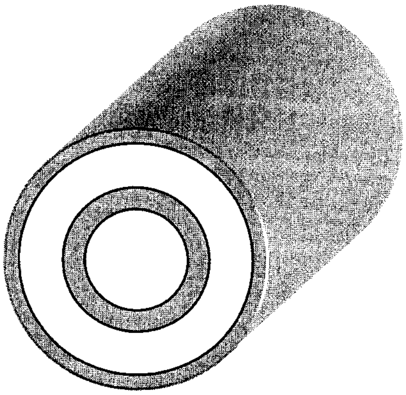
$$= K \cdot \int_0^{5cm}\int_0^{5cm} -0{,}54 \frac{V}{cm}\, dx\, dy$$

$$= 0{,}5 \frac{S}{cm} \cdot 25 cm \cdot 0{,}54 V = \underline{\underline{6{,}75 A}}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Magnetfeld eines Leiters (14 Punkte)

Ein Koaxialkabel bestehe aus zwei konzentrischen Metallröhren mit Luft als Dielektrikum (Abstandshalten können unberücksichtigt bleiben). Die Metallröhren werden in entgegengesetzten Richtungen von Gleichströmen I = 3 A durchflossen. Die innere Metallröhre habe einen Innendurchmesser von 7 mm und einen Außendurchmesser von 10 mm. Die äußere Metallröhre habe einen Innendurchmesser von 16 mm und einen Außendurchmesser von 18 mm.



$$A_{innen} = \pi \cdot (10mm^2 - 7mm^2) = 51\pi\, mm^2$$

$$A_{außen} = \pi\,(18mm^2 - 16mm^2) = 68\pi\, mm^2$$

(a) Bestimmen Sie den magnetischen Feldstärkevektor innerhalb und außerhalb des Koaxialkabels.

$$\oint_{\partial A} \vec{H}\, d\vec{s} = \iint_A \vec{J}\, d\vec{A}, \quad \vec{H} = H(r)\,\vec{e}_\varphi$$

$$\vec{J}(r) = \begin{cases} \dfrac{3A}{51\pi\, mm^2} \cdot \vec{e}_z, & 7mm \le r \le 10mm \\ \dfrac{-3A}{68\pi\, mm^2} \cdot \vec{e}_z, & 16mm \le r \le 18mm \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\oint_{\partial A} \vec{H}\, d\vec{s} = \int_0^{2\pi} H(r)\,\cancel{\vec{e}_\varphi} \cdot r\, d\varphi\, \cancel{\vec{e}_\varphi} = H(r)\cdot 2\pi r = \iint_A \vec{J}\cdot d\vec{A}$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_{r_i}^{r_a} \vec{J}\cdot r\, dr\, d\varphi\, \vec{e}_z$$

$$\vec{H}(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < 7\,\text{mm} \\ \dfrac{3A}{r \cdot \pi \cdot 51\,\text{mm}^2} \cdot \dfrac{1}{2}\left(r^2 - (7\,\text{mm})^2\right)\vec{e}_\varphi, & 7\,\text{mm} \leq r \leq 10\,\text{mm} \\ \dfrac{3A}{\pi r}\,\vec{e}_\varphi, & 10\,\text{mm} < r < 16\,\text{mm} \\ \dfrac{3A}{\pi r} - \dfrac{3A}{\pi\, 68\,\text{mm}^2} \cdot \dfrac{\left(r^2 - (16\,\text{mm})^2\right)}{r}\, e_\varphi, & 16\,\text{mm} \leq r \leq 18\,\text{mm} \\ 0, & r > 18\,\text{mm} \end{cases}$$

Name:	Vorname:

(b) In welchem Abstand zur Mittelachse des Koaxialkabels liegt die größte magnetische Feldstärke vor und wie groß ist diese?

Größte Feldstärke bei $r = 10mm$

$$H(10mm) = \frac{3A}{\pi \cdot 10mm} = 95{,}49 \frac{A}{m}$$

(c) Zeichnen Sie den Betrag des magnetischen Feldstärkevektors als Funktion des Abstand zur Mittelachse des Koaxialkabels.