Musterlösung

Klausur im Modul
Grundgebiete der Elektrotechnik I

am 14.09.2009, 8:30 – 10:00 Uhr

Name:	Vorname:	Matr.Nr.:

E-Mail-Adresse:

Studiengang:

Prüfungsdauer: 90 Minuten

- Zur Prüfung sind folgende Hilfsmittel zugelassen: Schreibgerät, Geodreieck/Lineal, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie 3 DIN A4-Seiten **handschriftliche** Formelsammlung (einseitig beschrieben). Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht gestattet. Das Koordinatenhilfsblatt finden Sie am Ende der Klausur.
- Tragen Sie Name und Vorname auf dem Deckblatt und auch auf **jedem** Aufgabenblatt ein.
- Prüfen Sie die Anzahl der Aufgabenblätter (6 Aufgaben / 15 Seiten) auf Vollständigkeit.
- Die Aufgabenblätter sollen zusammengeheftet bleiben. Die Lösungswege und Lösungen zu den Aufgaben sind in die dafür vorgesehenen Zwischenräume einzutragen. Verwenden Sie für Zwischenrechnungen die linke leere Seite. Zwischenrechnungen auf der linken Seite werden nicht bewertet.
- Bei Abgabe: Bleiben Sie bitte an Ihrem Platz. Die bearbeiteten Aufgabenblätter werden bei Ihnen abgeholt.
- Der Aushang der Prüfungsergebnisse wird auf der Webseite von „Grundgebiete der Elektrotechnik I“ bekannt gegeben.
- Bitte nichts in die folgenden Tabellen eintragen! Diese werden von uns ausgefüllt.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	10	24	16	18	20	12	100
erreicht							

Übung (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt	Modulnote

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Konzepte (10 Punkte)

Erläutern Sie die folgenden Begriffe der Elektrotechnik in ganzen Sätzen. In der Erläuterung dürfen keine Formeln oder Formelzeichen auftauchen!

(a) Elektrisches Feld

Als elektrisches Feld bezeichnet man den besonderen Zustand des Raumes, der durch Ladungen hervorgerufen wird und bewirkt, dass auf andere Ladungen Kräfte ausgeübt werden.

(b) Kurzschlussstrom

Kurzschlussstrom heißt der Strom, der fließt, wenn die Klemmen eines Zweipols ideal leitend verbunden werden.

(c) Masche

Eine Masche bezeichnet einen geschlossenen Umlauf in einer Schaltung.

(d) Nichtlineares Netz

Ein nichtlineares Netz ist ein Netzwerk, das mindestens ein nichtlineares Bauelement enthält. Somit treten nichtlineare Zweiggleichungen auf.

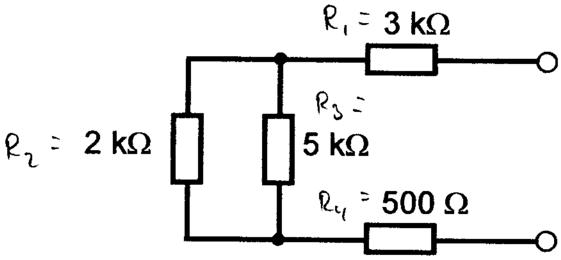
(e) Inhomogenes Feld

Ein Feld, dessen Feldgröße ortsabhängig ist, bezeichnet man als inhomogenes Feld.

Name:	Vorname:

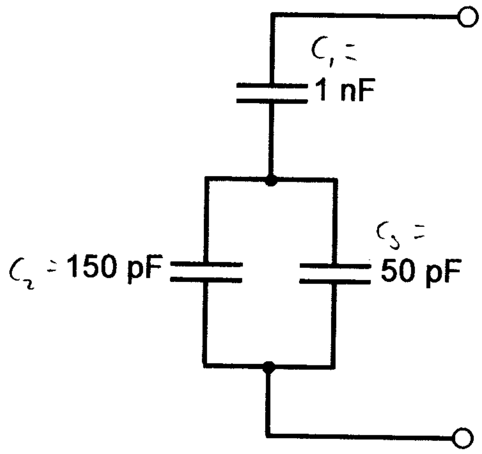
Aufgabe 2: Ersatzzweipole (24 Punkte)

(a) Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für folgende Schaltung.



$$R_e = R_1 + R_4 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \underline{4{,}93\ k\Omega}$$

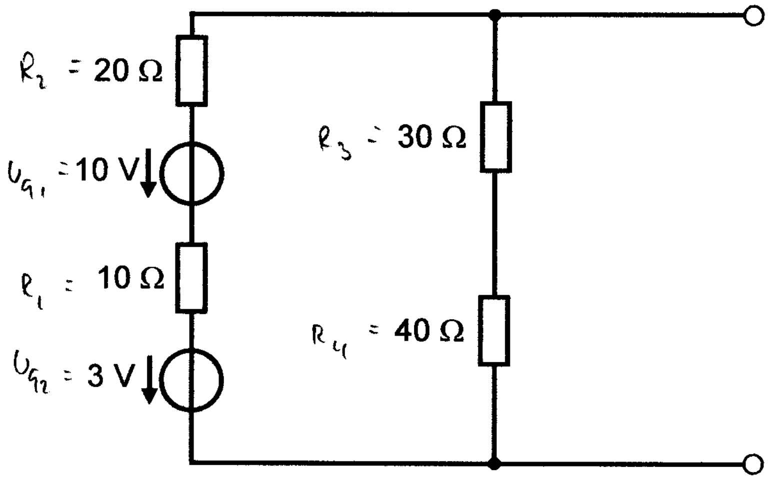
(b) Berechnen Sie die Ersatzkapazität für folgende Schaltung.



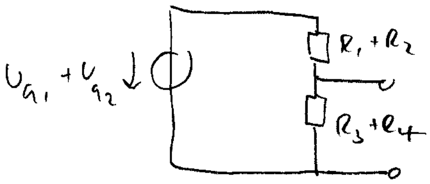
$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}} = \underline{167\ pF}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle für folgende Schaltung.



Vereinfachung:

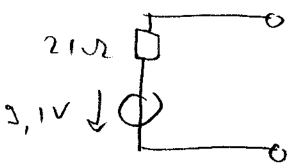


Berechnung:

$$U_{qe} = (U_{q1} + U_{q2}) \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \underline{9{,}1\,V}$$

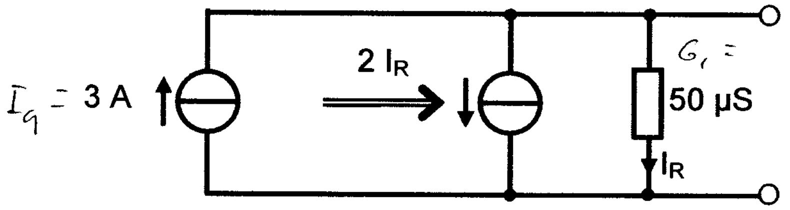
$$R_{ie} = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}} = \underline{21\,\Omega}$$

Zeichnung:

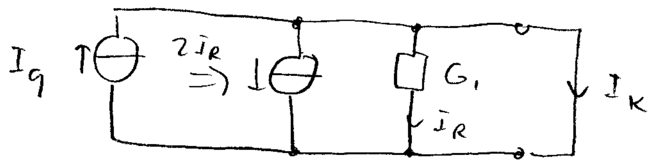


Name:	Vorname:

(d) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzstromquelle für folgende Schaltung.

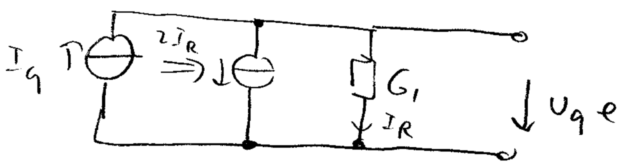


Kurzschlussstrom:



$I_R = 0 \rightarrow I_K = I_q = \underline{3\,A}$

Leerlaufspannung:



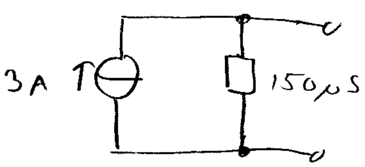
$I_q = 2\,I_R + I_R = 3\,I_R \rightarrow I_R = \frac{I_q}{3} = 1\,A$

$U_{qe} = \frac{I_R}{G_1} = \frac{1\,A}{50\,\mu S} = \underline{20\ kV}$

Innenleitwert:

$G_{ie} = \frac{I_K}{U_{qe}} = \frac{3\,A}{20\,kV} = \underline{150\,\mu S}$

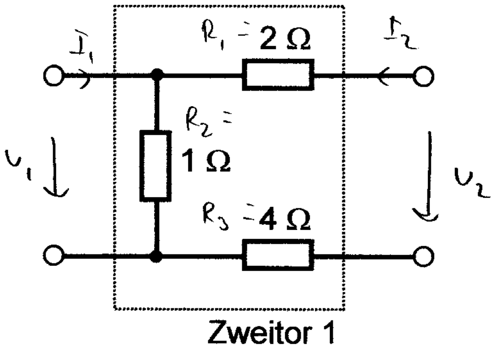
Zeichnung:



Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Zweitore (16 Punkte)

Gegeben sei das folgende Zweitor 1.



(a) Berechnen Sie die Widerstandsmatrix **Z** und die Kettenmatrix **A** für das Zweitor 1. Eine Tabelle zur Umwandlung von Zweitorparametern ist auf der nächsten Seite gegeben.

$$U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$$

$$U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$$

$$Z_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = R_2 = 1\,\Omega$$

$$Z_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{R_2 \cdot I_2}{I_2} = R_2 = 1\,\Omega$$

$$Z_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{R_2 \cdot I_1}{I_1} = R_2 = 1\,\Omega$$

$$Z_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = R_1 + R_2 + R_3 = 7\,\Omega$$

$$\underline{Z = \begin{bmatrix} 1\,\Omega & 1\,\Omega \\ 1\,\Omega & 7\,\Omega \end{bmatrix}}$$

Name:	Vorname:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\det Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$$

$$\det Z = 6\,\Omega^2$$

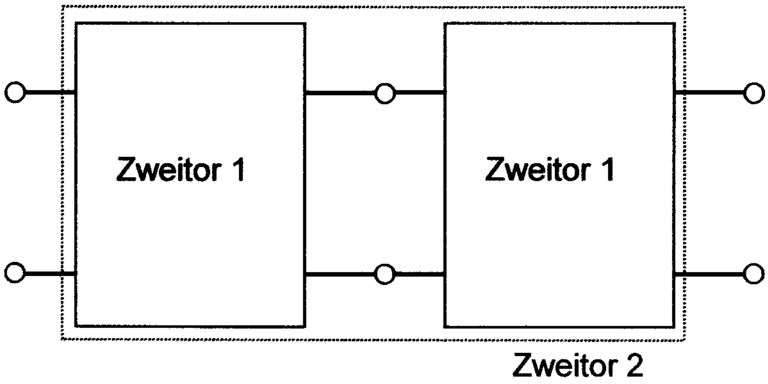
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6\,\Omega \\ 1\,S & 7 \end{bmatrix}$$

Tabelle 4.1 Umwandlung der Zweitorparameter

	$[Z]$	$[Y]$	$[A]$	$[H]$	$[K]$
$[Z]$	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\det Y} & \frac{-Y_{12}}{\det Y} \\ \frac{-Y_{21}}{\det Y} & \frac{Y_{11}}{\det Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{11}}{A_{21}} & \frac{\det A}{A_{21}} \\ \frac{1}{A_{21}} & \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det H}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ \frac{-H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{11}} & \frac{-K_{12}}{K_{11}} \\ \frac{K_{21}}{K_{11}} & \frac{\det K}{K_{11}} \end{matrix}$
$[Y]$	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\det Z} & \frac{-Z_{12}}{\det Z} \\ \frac{-Z_{21}}{\det Z} & \frac{Z_{11}}{\det Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{22}}{A_{12}} & \frac{-\det A}{A_{12}} \\ \frac{-1}{A_{12}} & \frac{A_{11}}{A_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & \frac{-H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{\det H}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det K}{K_{22}} & \frac{K_{12}}{K_{22}} \\ \frac{-K_{21}}{K_{22}} & \frac{1}{K_{22}} \end{matrix}$
$[A]$	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\det Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{-\det Y}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-\det H}{H_{21}} & \frac{-H_{11}}{H_{21}} \\ \frac{-H_{22}}{H_{21}} & \frac{-1}{H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{21}} & \frac{K_{22}}{K_{21}} \\ \frac{K_{11}}{K_{21}} & \frac{\det K}{K_{21}} \end{matrix}$
$[H]$	$\begin{matrix} \frac{\det Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\det Y}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{12}}{A_{22}} & \frac{\det A}{A_{22}} \\ \frac{-1}{A_{22}} & \frac{A_{21}}{A_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{K_{22}}{\det K} & \frac{-K_{12}}{\det K} \\ \frac{-K_{21}}{\det K} & \frac{K_{11}}{\det K} \end{matrix}$
$[K]$	$\begin{matrix} \frac{1}{Z_{11}} & \frac{-Z_{12}}{Z_{11}} \\ \frac{Z_{21}}{Z_{11}} & \frac{\det Z}{Z_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det Y}{Y_{22}} & \frac{Y_{12}}{Y_{22}} \\ \frac{-Y_{21}}{Y_{22}} & \frac{1}{Y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{21}}{A_{11}} & \frac{-\det A}{A_{11}} \\ \frac{1}{A_{11}} & \frac{A_{12}}{A_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{H_{22}}{\det H} & \frac{-H_{12}}{\det H} \\ \frac{-H_{21}}{\det H} & \frac{H_{11}}{\det H} \end{matrix}$	$\begin{matrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{matrix}$

Name:	Vorname:

(b) Berechnen Sie die Kettenmatrix $\mathbf{A}_{ges}$ für das Zweitor 2, das aus der Kettenschaltung von zwei Zweitoren 1 besteht.

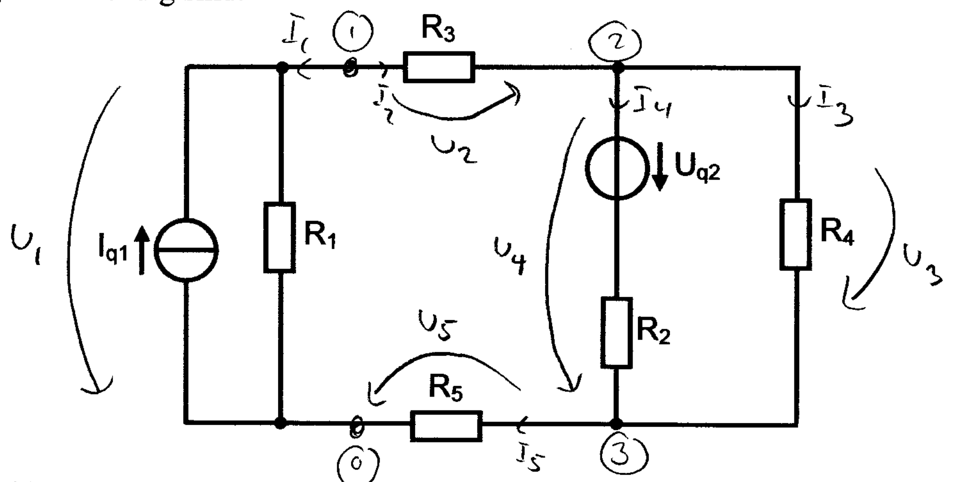


$$A_{ges} = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 6\Omega \\ 1S & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 6\Omega \\ 1S & 7 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} 7 & 48\Omega \\ 8S & 55 \end{bmatrix}}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse (18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung. Es sollen die linear unabhängigen Zweig-, Knoten- und Maschengleichungen aufgestellt werden, die zur Bestimmung sämtlicher Zweigströme und Zweigspannungen notwendig sind.



(a) Beschriften Sie die Zweigströme und Zweigspannungen in der Schaltung. Stellen Sie die linear unabhängigen Zweiggleichungen auf.

$I_1 = \frac{U_1}{R_1} - I_{q1}$

$U_2 = R_3 \cdot I_2$

$U_3 = I_3 \cdot R_4$

$U_4 = U_{q2} + I_4 \cdot R_2$

$U_5 = R_5 \cdot I_5$

(b) Markieren Sie die Knoten in der Schaltung und stellen Sie die linear unabhängigen Knotengleichungen auf.

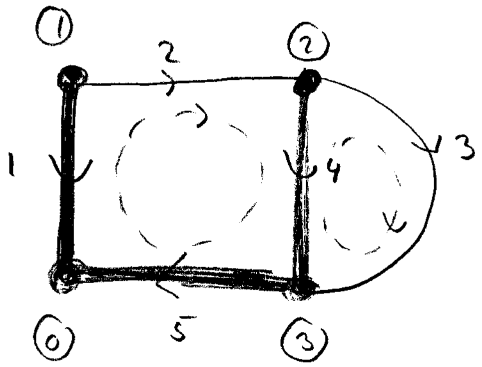
(1) $I_1 = -I_2$

(2) $I_2 = I_3 + I_4$

(3) $I_5 = I_3 + I_4$

Name:	Vorname:

(c) Zeichnen Sie den Graph der Schaltung inklusive der Pfeile für den Bezugssinn. Markieren Sie einen vollständigen Baum in dem Graph. Stellen Sie die linear unabhängigen Maschengleichungen auf und zeichnen Sie die dazugehörigen Maschenumläufe in den Graph ein.



2 : $U_1 = U_2 + U_4 + U_5$

3 : $U_3 = U_4$

(d) Geben Sie jeweils die Anzahl für Ihr resultierendes Gleichungssystem an.

Anzahl an unbekannten Zweigströmen und Zweigspannungen: 10

Anzahl an linear unabhängigen Zweiggleichungen aus (a): 5

Anzahl an linear unabhängigen Knotengleichungen aus (b): 3

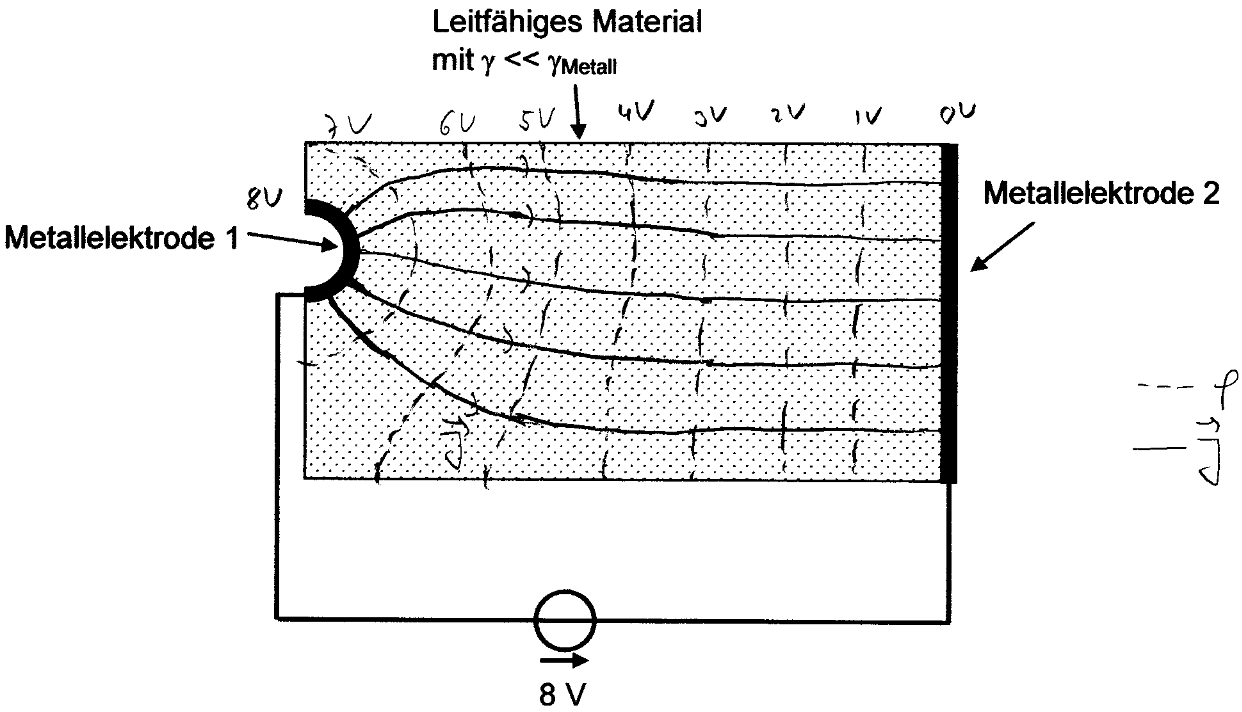
Anzahl an linear unabhängigen Maschengleichungen aus (c): 2

Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Elektrisches Potenzialfeld (20 Punkte)

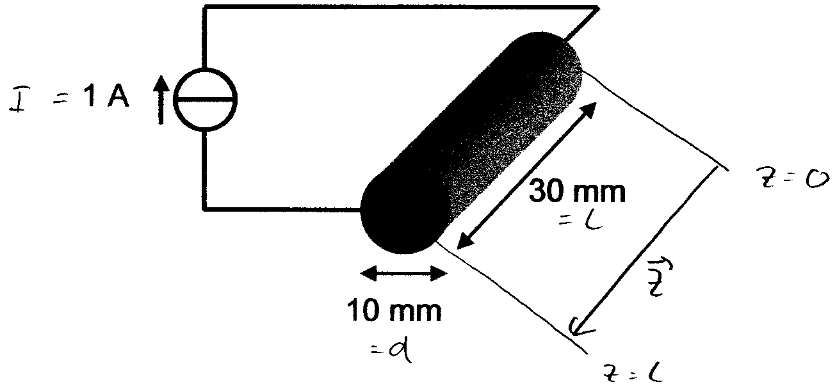
(a) Gegeben sei ein leitfähiges Material in Luft, das über zwei Metallelektroden an eine Spannungsquelle angeschlossen ist. Zeichnen Sie in die Skizze unten qualitativ die Äquipotenziallinien im leitfähigen Material in 1V-Schritten ein und beschriften Sie diese (Annahme: parallelebenes Feld).

(b) Zeichnen Sie qualitativ fünf Stromdichtefeldlinien in die Skizze ein.



Name:	Vorname:

(c) Gegeben ist nun das unten skizzierte kreiszylinderförmige inhomogene Leiterstück der Länge 30 mm mit dem Durchmesser 10 mm. Die kreisförmigen Endflächen bestehen aus einem ideal leitenden Material. An ihnen wird ein Gleichstrom von 1 A angelegt. Ferner ist bekannt, dass die Leitfähigkeit des Leiterstückes mit der Länge linear von γ_1=1 S/m an der einen Endfläche auf γ_2=4 S/m an der zweiten Endfläche zunimmt. Berechnen Sie die über dem Leiterstück abfallende Spannung.



$$\gamma(z) = \gamma_1 + \frac{z}{l}(\gamma_2 - \gamma_1)$$

$$\vec{J} = \frac{I \cdot \vec{e}_z}{A} = \frac{I \cdot \vec{e}_z}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$\vec{J} = \gamma(z) \cdot \vec{E} \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{\gamma(z)} \cdot \vec{J} = \frac{I \cdot \vec{e}_z}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \left(\gamma_1 + \frac{z}{l}(\gamma_2 - \gamma_1)\right)}$$

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_0^l \frac{I}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(\gamma_1 + \frac{z}{l}(\gamma_2 - \gamma_1)\right)} \, dz$$

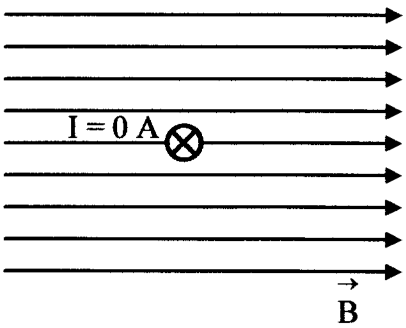
$$= \left[\frac{I \cdot l}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 (\gamma_2 - \gamma_1)} \ln\left(\gamma_1 + \frac{z}{l}(\gamma_2 - \gamma_1)\right)\right]_0^l = \frac{I \cdot l}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 (\gamma_2 - \gamma_1)} \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

$$= \underline{177\,V}$$

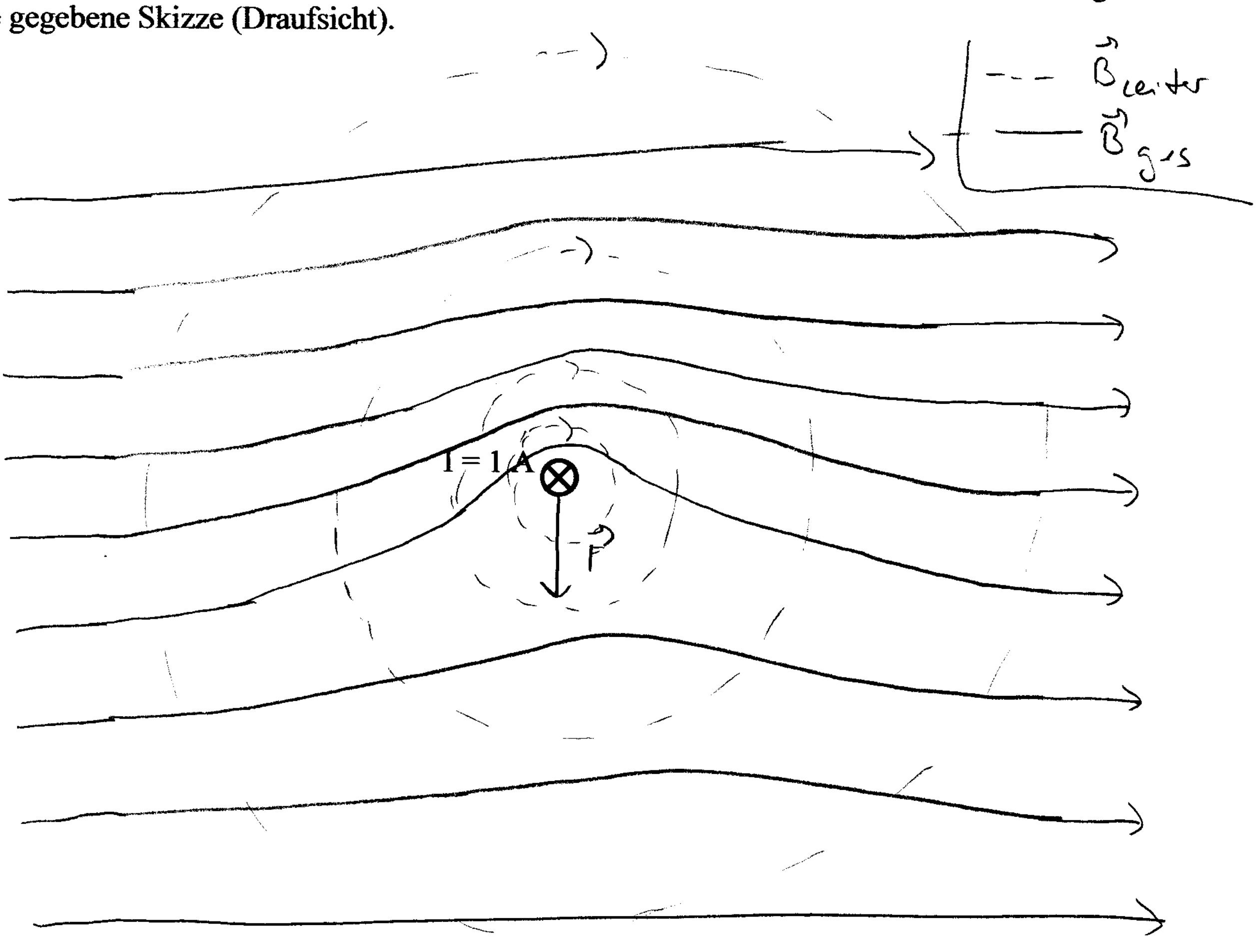
Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Leiter im Magnetfeld (12 Punkte)

Ein langer gerader Leiter in Luft befindet sich wie in der Skizze gezeigt in einem homogenen Magnetfeld mit der magnetischen Flussdicht B = 0,5 T.



(a) Der Leiter im homogenen Magnetfeld werde nun von dem Strom I = 1 A durchflossen. Skizzieren Sie das vom Leiter erzeugte magnetische Feldlinienbild sowie das resultierende Gesamtmagnetfeld in die gegebene Skizze (Draufsicht).



(b) Zeichnen Sie die Richtung der Kraftvektors der Lorentz-Kraft in die Skizze in (a) ein.

Name:	Vorname:

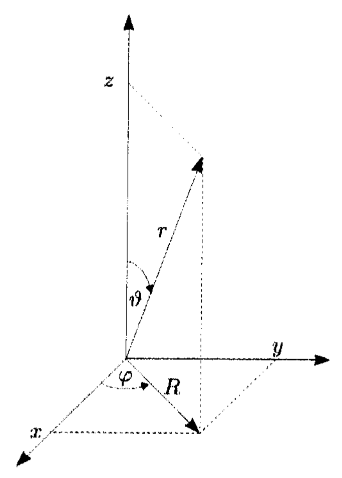
(c) Berechnen Sie den Betrag der Lorentz-Kraft auf ein 1 m langes Leiterstück des Leiters aus Teilaufgabe (a).

$$\vec{F} = I \int_{l} (d\vec{l} \times \vec{B})$$

$$\rightarrow |\vec{F}| = I \cdot l \cdot B = 1A \cdot 1m \cdot 0{,}5T = \underline{0{,}5\,N}$$

Der Zusammenhang zwischen kartesischen, Kreiszylinder- und Kugelkoordinaten

Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
x	$R\cos\varphi$	$r\sin\vartheta\cos\varphi$
y	$R\sin\varphi$	$r\sin\vartheta\sin\varphi$
z	z	$r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2}$	R	$r\sin\vartheta$
$\arctan\frac{y}{x}$	φ	φ
z	z	$r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$	$\sqrt{R^2+z^2}$	r
$\arctan\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}$	$\arctan\frac{R}{z}$	ϑ
$\arctan\frac{y}{x}$	φ	φ



Linien-, Flächen- und Volumenelemente in den verschiedenen Koordinatensystemen

	Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
$d\vec{s}$	$\vec{e}_x\,dx+\vec{e}_y\,dy+\vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_R\,dR+\vec{e}_\varphi\,Rd\varphi+\vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_r\,dr+\vec{e}_\vartheta\,rd\vartheta+\vec{e}_\varphi\,r\sin\vartheta\,d\varphi$
$d\vec{f}$	$\vec{e}_x\,df_x+\vec{e}_y\,df_y+\vec{e}_z\,df_z$ $df_x = dy\,dz$ $df_y = dx\,dz$ $df_z = dx\,dy$	$\vec{e}_R\,df_R+\vec{e}_\varphi\,df_\varphi+\vec{e}_z\,df_z$ $df_R = R\,d\varphi\,dz$ $df_\varphi = dR\,dz$ $df_z = R\,dR\,d\varphi$	$\vec{e}_r\,df_r+\vec{e}_\vartheta\,df_\vartheta+\vec{e}_\varphi\,df_\varphi$ $df_r = r^2\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi$ $df_\vartheta = r\sin\vartheta\,dr\,d\varphi$ $df_\varphi = r\,dr\,d\vartheta$
dv	$dx\,dy\,dz$	$R\,dR\,d\varphi\,dz$	$r^2\sin\vartheta\,dr\,d\vartheta\,d\varphi$
grad Φ	$\vec{e}_x\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\vec{e}_y\frac{\partial\Phi}{\partial y}+\vec{e}_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_R\frac{\partial\Phi}{\partial R}+\vec{e}_\varphi\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}+\vec{e}_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_r\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\vec{e}_\vartheta\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}+\vec{e}_\varphi\frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}$