Musterlösung

Klausur im Modul
Grundgebiete der Elektrotechnik I

am 25.02.2010, 8:00 – 9:30 Uhr

Name:	Vorname:	Matr.Nr.:

E-Mail-Adresse:

Studiengang:

Prüfungsdauer: 90 Minuten

- Zur Prüfung sind folgende Hilfsmittel zugelassen: Schreibgerät, Geodreieck/Lineal, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie ein DIN A4-Blatt Formelsammlung (beidseitig selbst **handschriftlich** beschrieben, nicht kopiert). Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht gestattet.
- Tragen Sie Name und Vorname auf dem Deckblatt und auch auf **jedem** Aufgabenblatt ein.
- Prüfen Sie die Anzahl der Aufgabenblätter (6 Aufgaben / 17 Seiten) auf Vollständigkeit.
- Die Aufgabenblätter sollen zusammengeheftet bleiben. Die Lösungswege und Lösungen zu den Aufgaben sind in die dafür vorgesehenen Zwischenräume einzutragen. Falls Sie mehr Platz benötigen, verwenden Sie die linken leeren Seiten.
- Bei Abgabe: Bleiben Sie bitte an Ihrem Platz. Die bearbeiteten Aufgabenblätter werden bei Ihnen abgeholt.
- Bitte nichts in die folgenden Tabellen eintragen! Diese werden von uns ausgefüllt.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	12	25	16	15	18	14	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Auszufüllen bei der Klausureinsicht:

Klausur eingesehen __________ ________________

Datum Unterschrift

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Konzepte und Qucs (12 Punkte)

Erläutern Sie die folgenden Begriffe der Elektrotechnik in ganzen Sätzen. In der Erläuterung dürfen keine Formeln oder Formelzeichen auftauchen!

(a) Gleichstrom

Bei Gleichstrom fließen in gleichen Zeitintervallen gleiche Ladungsmengen durch einen Kontrollquerschnitt eines Leiters.

(b) Lineare Quelle

Eine lineare Quelle ist eine Quelle, deren Strom-Spannungs-Kennlinie eine Gerade ist.

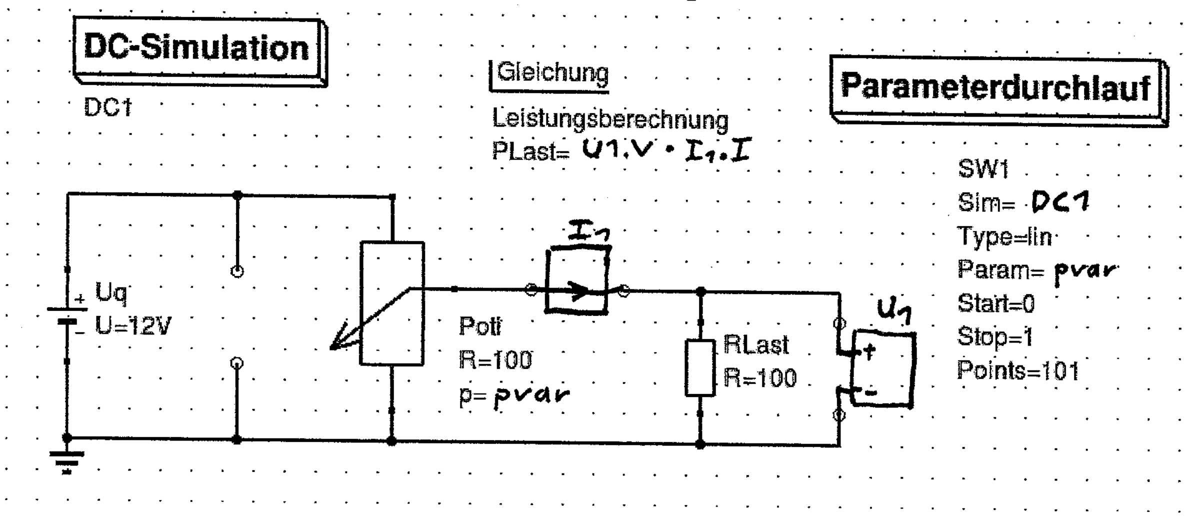
(c) Elektrostatisches Feld

Ein zeitlich konstantes elektrisches Feld, in dem sich keine Ladungen bewegen, heißt elektrostatisches Feld.

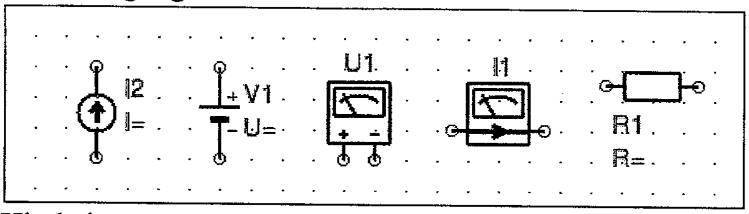
Name:	Vorname:

(d) In folgender Simulation soll die umgesetzte Leistung ***PLast*** an einem Lastwiderstand ***RLast*** in Abhängigkeit der Schleiferstellung ***p*** des Potentiometers bestimmt werden. Der Parameter ***p*** soll mit Hilfe eines Parameterdurchlaufs variiert werden. Der Schaltplan ist noch unvollständig.

Qucs-Schaltplan:



Vervollständigen Sie den Schaltplan durch Einzeichnen von Bauteilen. Folgende Bauteile stehen zur Verfügung:



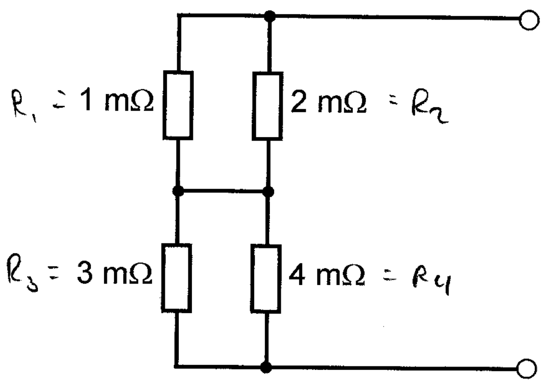
Hierbei müssen **nicht** alle Bauteile und Anschlüsse verwendet werden. Markieren Sie gegebenenfalls die Polarität.

(e) Ergänzen Sie Parameter und Gleichungen im Schaltplan, um ein lauffähiges Qucs-Programm zu erhalten, dass ***PLast*** in Abhängigkeit der Schleiferstellung ***p*** bestimmt.

Name:	Vorname:

Aufgabe 2: Ersatzzweipole (25 Punkte)

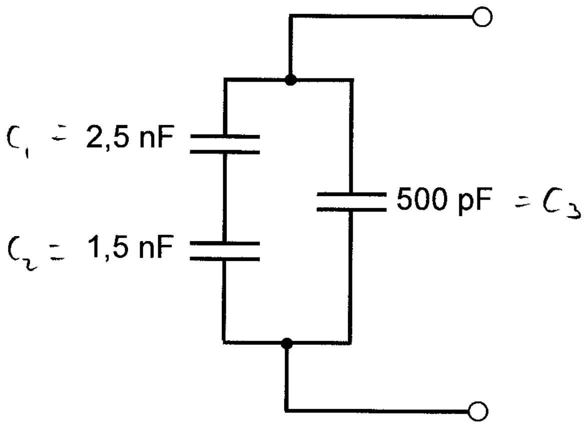
(a) Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für folgende Schaltung.



$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

$$= \underline{2{,}38 \text{ m}\Omega}$$

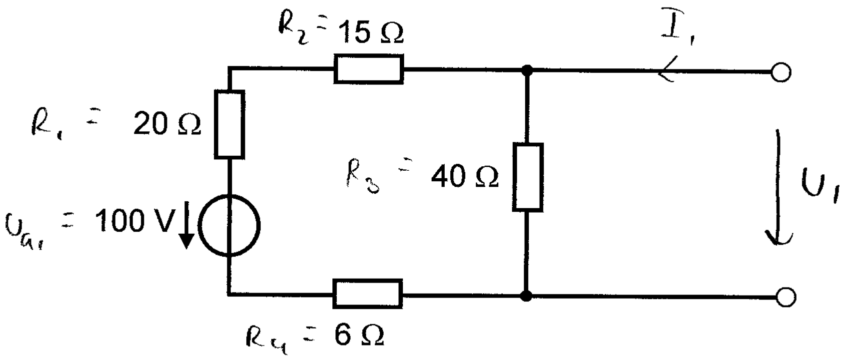
(b) Berechnen Sie die Ersatzkapazität für folgende Schaltung.



$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} + C_3 = \underline{1{,}4375 \text{ nF}}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungquelle für folgende Schaltung.

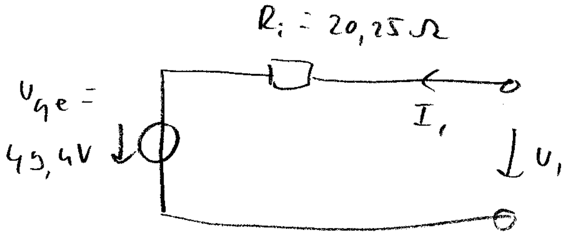


Berechnung von R_i bei $U_{q1} = 0V$

$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2 + R_4}} = \underline{20{,}25\,\Omega}$$

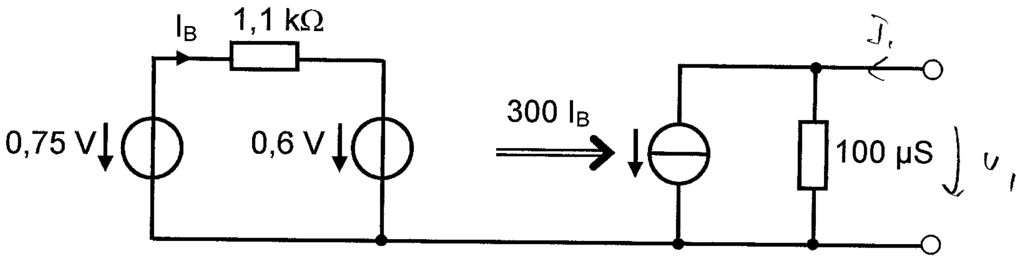
Berechnung von U_1 bei $I_1 = 0A$ mit Spannungsteiler

$$\frac{U_1}{U_{q1}} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = 0{,}494 \rightarrow U_{qe} = U_1 = 0{,}494 \cdot U_{q1} = \underline{49{,}4\,V}$$



Name:	Vorname:

(d) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzstromquelle für folgende Schaltung.



$$I_B = \frac{0{,}75\,V - 0{,}6\,V}{1{,}1\,k\Omega} = 136{,}4\,\mu A$$

Berechnung des Kurzschlussstromes $I_K = -I_1$ für $U_1 = 0V$

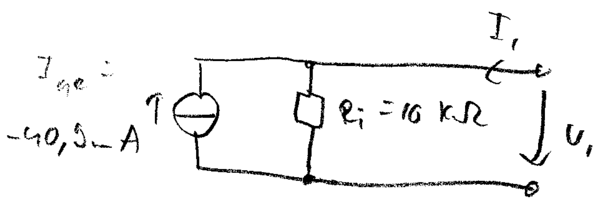
$$I_K = -I_1 = -300 \cdot I_B = -40{,}9\,mA$$

Berechnung der Leerlaufspannung $U_L = U_1$ für $I_1 = 0A$

$$U_L = U_1 = -300 \cdot I_B \cdot \frac{1}{100\,\mu S} = -409\,V$$

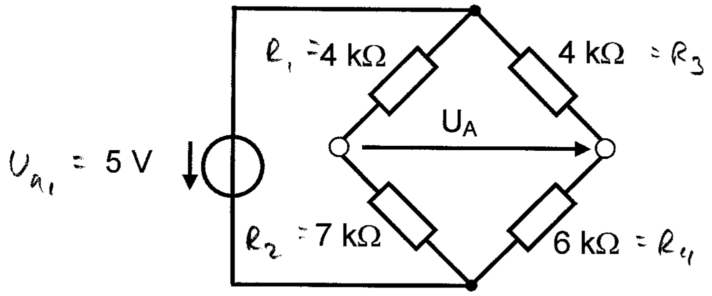
Berechnung des Innenwiderstandes

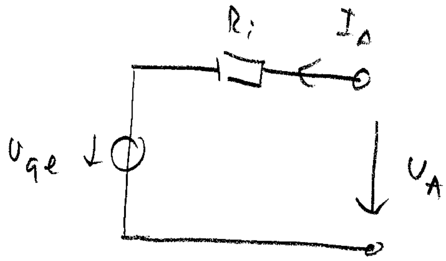
$$R_i = \frac{U_L}{I_K} = 10\,k\Omega$$



Name:	Vorname:

(e) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle für folgende Brückenschaltung. Dabei sind die Ausgangsklemmen die zwei Klemmen, über denen die Spannung U_A abfällt.

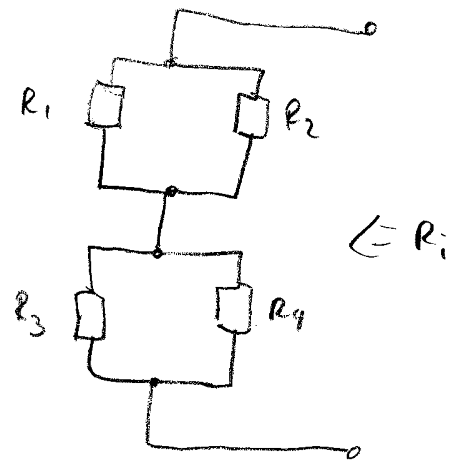




Berechnung der Leerlaufspannung $U_L = U_A$ für $I_A = 0A$

$$U_{qe} = U_L = U_{q1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{q1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \underline{182 \text{ mV}}$$

Berechnung von R_i für $U_{q1} = 0V$

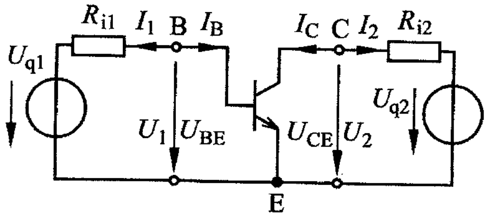


$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \underline{4{,}95 \text{ k}\Omega}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Arbeitspunktbestimmung (16 Punkte)

(a) Bestimmen Sie graphisch den eingangs- und ausgangsseitigen Arbeitspunkt des Transistorzweitores für die folgende Transistorschaltung. Der Transistor habe die unten gezeigten Kennlinienfelder.



$U_{q1} = 0{,}8$ V
$R_{i1} = 200\ \Omega$
$U_{q2} = 30$ V
$R_{i2} = 300\ \Omega$

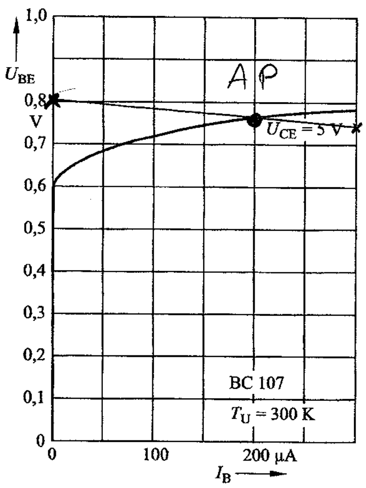


Bild 4.20 Eingangskennlinienfeld

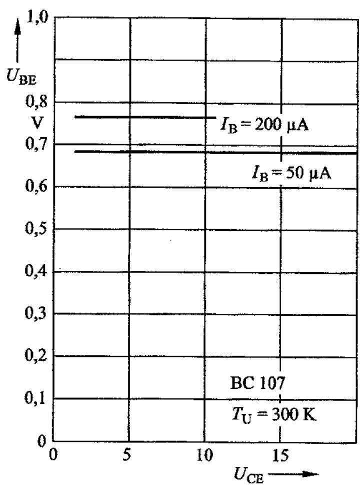


Bild 4.22 Rückwirkungskennlinienfeld

Eingangsseitiger AP:

$I_B = 200\ \mu A$

$U_{BE} = 0{,}76$ V

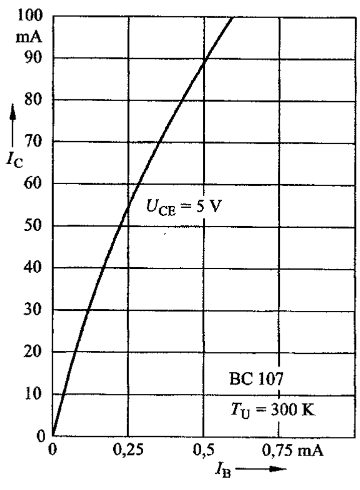


Bild 4.21 Stromverstärkungskennlinienfeld

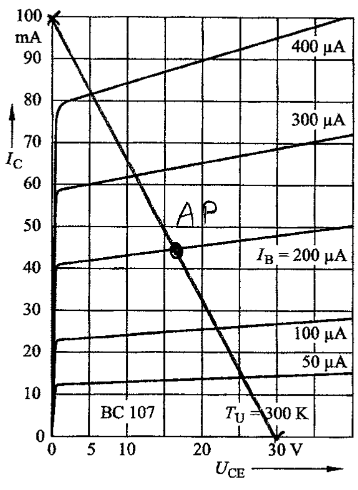


Bild 4.23 Ausgangskennlinienfeld

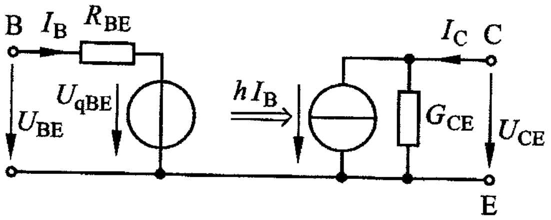
Ausgangsseitiger AP:

$U_{CE} = 17$ V

$I_C = 45$ mA

Name:	Vorname:

(b) Im aktiven Bereich soll der Transistor mit den unten gezeigten Kennlinienfeldern durch die gegebene Ersatzschaltung ersetzt werden. Bestimmen Sie graphisch die Parameter R_{BE}, U_{qBE}, h, und G_{CE} für den Arbeitspunkt I_B=100 µA und U_{CE}=20 V.



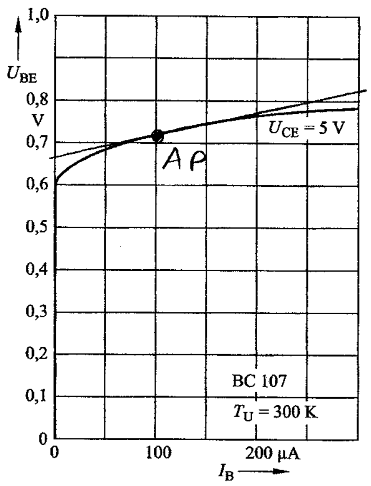


Bild 4.20 Eingangskennlinienfeld

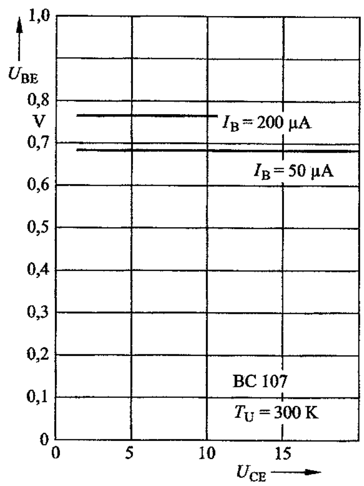


Bild 4.22 Rückwirkungskennlinienfeld

$U_{qBE} = U_{BE} \Big|_{I_B = 0A} = \underline{0,67V}$

$R_{BE} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} = \frac{0,82V - 0,67V}{300\mu A}$

$= \underline{500\Omega}$

$h = \frac{I_C}{I_B} \Big|_{U_{CE} = 0V} = \frac{22mA}{100\mu A} = \underline{220}$

$G_{CE} = \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{CE}} = \frac{28mA - 22mA}{40V}$

$= \underline{150\mu S}$

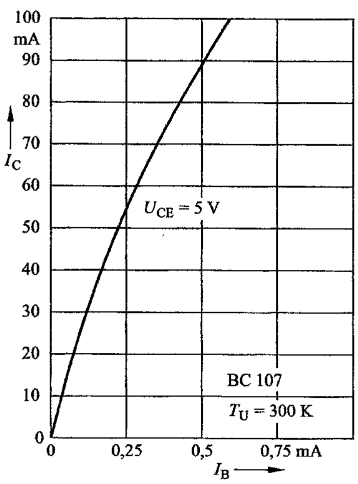


Bild 4.21 Stromverstärkungskennlinienfeld

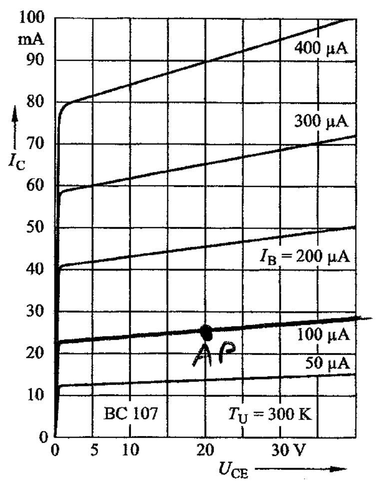
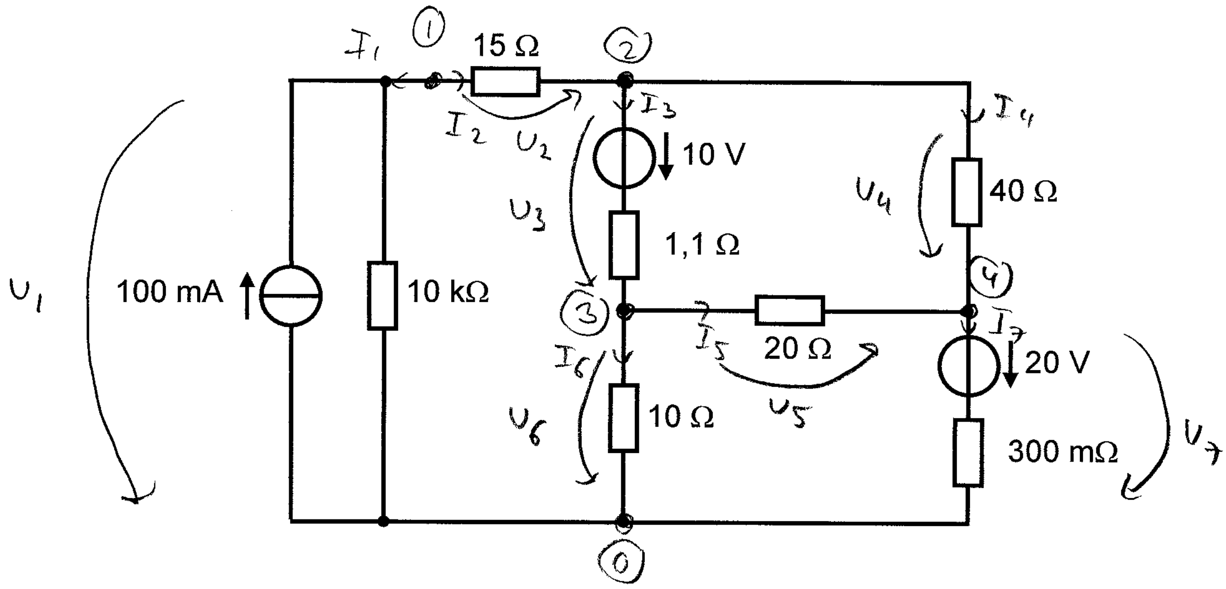


Bild 4.23 Ausgangskennlinienfeld

Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse (15 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung. Es sollen die linear unabhängigen Zweig-, Knoten- und Maschengleichungen aufgestellt werden, die zur Bestimmung sämtlicher Zweigströme und Zweigspannungen notwendig sind.



(a) Beschriften Sie die Zweigströme und Zweigspannungen in der Schaltung. Stellen Sie die linear unabhängigen Zweiggleichungen auf.

z1) $U_1 = 10\,k\Omega \cdot (I_1 + 100\,mA)$

z2) $U_2 = 15\,\Omega \cdot I_2$

z3) $U_3 = 10\,V + 1{,}1\,\Omega \cdot I_3$

z4) $U_4 = I_4 \cdot 40\,\Omega$

z5) $U_5 = I_5 \cdot 20\,\Omega$

z6) $U_6 = I_6 \cdot 10\,\Omega$

z7) $U_7 = 20\,V + I_7 \cdot 300\,m\Omega$

Name:	Vorname:

(b) Markieren Sie die Knoten in der Schaltung und stellen Sie die linear unabhängigen Knotengleichungen auf.

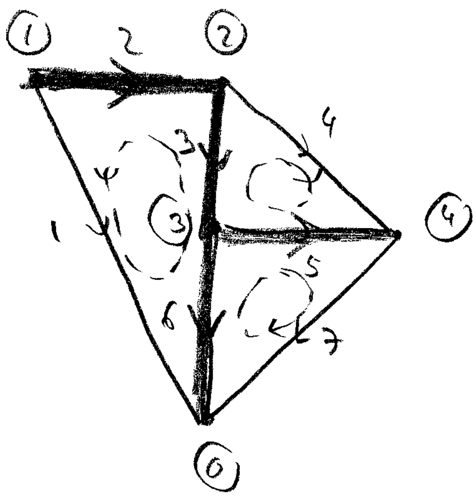
K1) $I_1 + I_2 = 0$

K2) $-I_2 + I_3 + I_4 = 0$

K3) $-I_3 + I_5 + I_6 = 0$

K4) $-I_4 - I_5 + I_7 = 0$

(c) Zeichnen Sie den Graph der Schaltung inklusive der Pfeile für den Bezugssinn. Markieren Sie einen vollständigen Baum in dem Graph. Stellen Sie die linear unabhängigen Maschengleichungen auf und zeichnen Sie die dazugehörigen Maschenumläufe in den Graph ein.



M1) $U_1 - U_6 - U_3 - U_2 = 0$

M4) $U_4 - U_5 - U_3 = 0$

M7) $U_7 - U_6 + U_5 = 0$

(d) Geben Sie jeweils die Anzahl für Ihr resultierendes Gleichungssystem an.

Anzahl an unbekannten Zweigströmen und Zweigspannungen: 14

Anzahl an linear unabhängigen Zweiggleichungen aus (a): 7

Anzahl an linear unabhängigen Knotengleichungen aus (b): 4

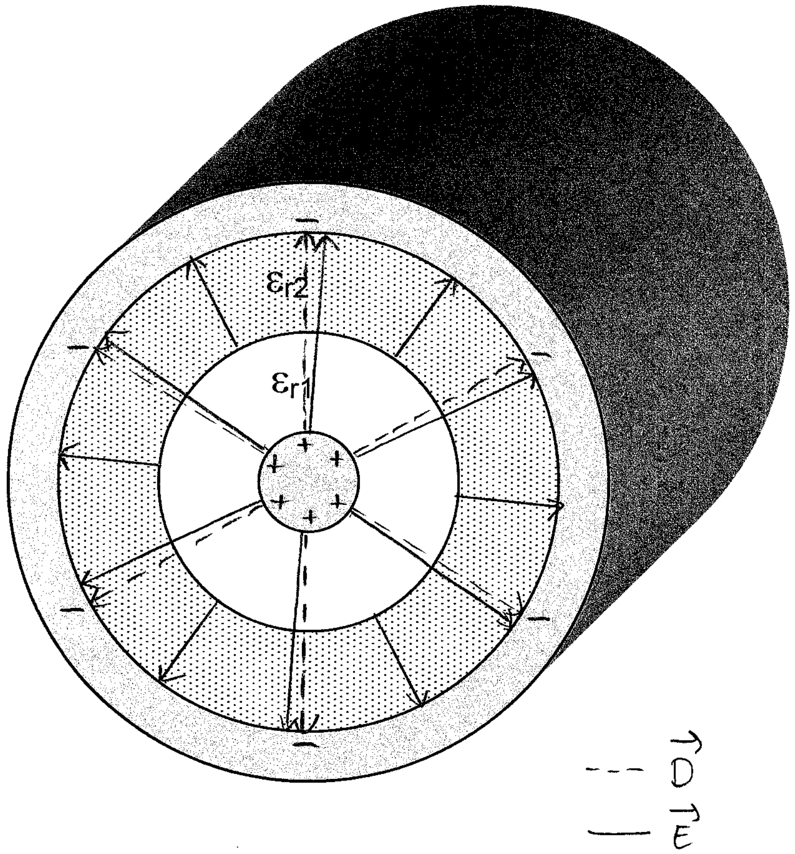
Anzahl an linear unabhängigen Maschengleichungen aus (c): 3

Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Leitungskapazität (18 Punkte)

Gegeben sei eine Koaxialleitung deren Innenleiter den Durchmesser 1 mm und deren Außenleiter den inneren Durchmesser 5 mm aufweist. Die Leiter können als ideal leitend betrachtet werden. Der Innenleiter liege im stationären Zustand auf dem Potenzial 2 kV und der Außenleiter auf dem Potenzial 0 V. Der Innenleiter sei mit zwei verschiedenen Dielektrika umwickelt. Das innere Dielektrikum habe einen Außendurchmesser von 3 mm und eine Permittivitätszahl $\varepsilon_{r1} = 4$. Das äußere Dielektrikum habe eine Permittivitätszahl $\varepsilon_{r2} = 2$. Die Skizze unten zeigt die Leitung im Querschnitt. Die Koaxialleitung sei sehr lang und Randeffekte an den Endflächen seien vernachlässigbar.

(a) Zeichnen Sie qualitativ Flächenladungen, E-Feldlinien und D-Feldlinien in die Skizze ein.



$$\vec{D} = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}$$

Name:	Vorname:

(b) Berechnen Sie die Leitungskapazität pro Kilometer Leitungslänge.

Innenleiter : $r_1 = 0{,}5\,mm$

Übergang : $r_2 = 1{,}5\,mm$ Länge $l = 1\,km$

Außenleiter : $r_3 = 2{,}5\,mm$

$$\Psi_e = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = D \cdot 2\pi r l = Q \rightarrow D = \frac{Q}{2\pi r l} \rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$U = \int_{r_1}^{r_3} \vec{E} \cdot \vec{e}_r \, dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} dr + \int_{r_2}^{r_3} \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0 \varepsilon_{r2}} dr$$

$$= \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} \left[\ln r\right]_{r_1}^{r_2} + \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_{r2}} \left[\ln r\right]_{r_2}^{r_3}$$

$$= \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_{r2}} \cdot \ln \frac{r_3}{r_2}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{1}{\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_{r2}}}$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{202{,}6\,nF} + \frac{1}{217{,}8\,nF}} = \underline{105\,nF}$$

Name:	Vorname:

(c) Welche Flächenladungsdichte weist die Koaxialleitung im gegebenen Betriebszustand auf dem Innenleiter und auf dem Außenleiter auf?

$Q = C \cdot U = 105\,nF \cdot 2\,kV = 210\,\mu C$

Innenleiter: $\sigma_i = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{2\pi r_i l} = \underline{66{,}8\ \frac{\mu C}{m^2}}$

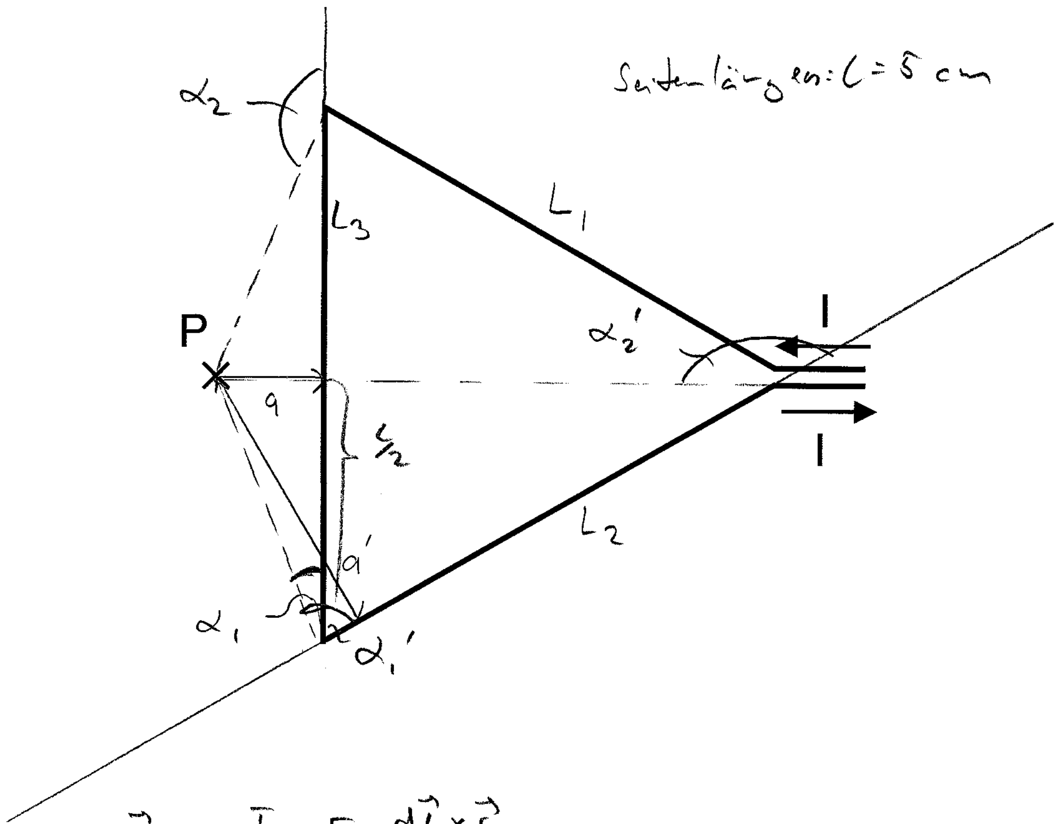
Außenleiter: $\sigma_a = \frac{Q}{2\pi r_a \cdot l} = \underline{13{,}4\ \frac{\mu C}{m^2}}$

Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Magnetfeld einer Leiterschleife (14 Punkte)

Ein Leiter sei zu einem gleichseitigen Dreieck mit Seitenlängen von jeweils 5 cm geformt. Diese Leiterschleife werde von einem Strom I = 2 A durchflossen. Die Zuleitungen sowie die Lücke in der Leiterschleife aufgrund der Zuleitungen seien vernachlässigbar.

(a) Berechnen Sie den Betrag und die Richtung der magnetischen Feldstärke im Punkt P, der in derselben Ebene wie die Leiterschleife liegt und eine Entfernung von 1 cm zur Mitte der linken Leiterschleifenseite hat.



$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Für Leiterstück: $H = \frac{I}{4\pi a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{I}{4\pi a} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$

H_3 von L_3 : zeigt in Ebene hinein

$\tan\alpha_1 = \frac{a}{\frac{l}{2}} \rightarrow \alpha_1 = 21{,}8°$

$\alpha_2 = 180° - \alpha_1 = 158{,}2°$

$H_3 = 29{,}6 \frac{A}{m}$

Name:	Vorname:

H_1 von L_1 und H_2 von L_2: aus Symmetriegründen gleich groß und aus der Ebene heraus

$\alpha_1' = \alpha_1 + 60° = 81{,}8°$

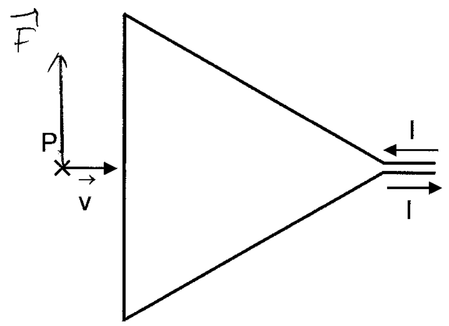
$\alpha_2' = 180° - 30° = 150°$

$\frac{a'}{\sin \alpha_1'} = 2{,}7\text{ cm} \rightarrow a' = 2{,}67\text{ cm}$

$H_1 = H_2 = 6{,}0\ \frac{A}{m}$

$H_{ges} = H_3 - H_1 - H_2 = \underline{17{,}6\ \frac{A}{m}}$; Richtung in die Zeichenebene hinein

(b) Welche Lorentz-Kraft wirkt auf eine Ladung Q = 1 nC am Punkt P, die sich mit einer Geschwindigkeit von v=1000 m/s zu der Leiterschleife hinbewegt? Zeichnen Sie die Richtung der Lorentz-Kraft in die Skizze unten ein und berechnen Sie den Betrag.

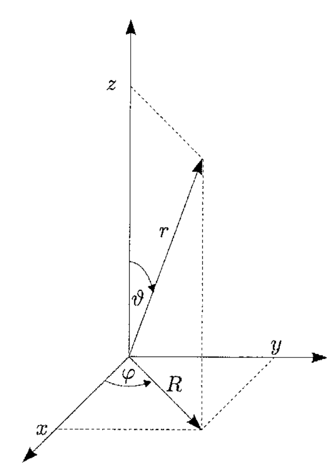


$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$

$|F| = Q \cdot v \cdot \mu_0 \cdot H_{ges} = \underline{22{,}1\text{ pN}}$

Der Zusammenhang zwischen kartesischen, Kreiszylinder- und Kugelkoordinaten

Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
x	$R\cos\varphi$	$r\sin\vartheta\cos\varphi$
y	$R\sin\varphi$	$r\sin\vartheta\sin\varphi$
z	z	$r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2}$	R	$r\sin\vartheta$
$\arctan\frac{y}{x}$	φ	φ
z	z	$r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$	$\sqrt{R^2+z^2}$	r
$\arctan\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}$	$\arctan\frac{R}{z}$	ϑ
$\arctan\frac{y}{x}$	φ	φ



Linien-, Flächen- und Volumenelemente in den verschiedenen Koordinatensystemen

	Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
$d\vec{s}$	$\vec{e}_x\,dx+\vec{e}_y\,dy+\vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_R\,dR+\vec{e}_\varphi\,Rd\varphi+\vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_r\,dr+\vec{e}_\vartheta\,rd\vartheta+\vec{e}_\varphi\,r\sin\vartheta\,d\varphi$
$d\vec{f}$	$\vec{e}_x\,df_x+\vec{e}_y\,df_y+\vec{e}_z\,df_z$ $df_x = dy\,dz$ $df_y = dx\,dz$ $df_z = dx\,dy$	$\vec{e}_R\,df_R+\vec{e}_\varphi\,df_\varphi+\vec{e}_z\,df_z$ $df_R = R\,d\varphi\,dz$ $df_\varphi = dR\,dz$ $df_z = R\,dR\,d\varphi$	$\vec{e}_r\,df_r+\vec{e}_\vartheta\,df_\vartheta+\vec{e}_\varphi\,df_\varphi$ $df_r = r^2\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi$ $df_\vartheta = r\sin\vartheta\,dr\,d\varphi$ $df_\varphi = r\,dr\,d\vartheta$
dv	$dx\,dy\,dz$	$R\,dR\,d\varphi\,dz$	$r^2\sin\vartheta\,dr\,d\vartheta\,d\varphi$
grad Φ	$\vec{e}_x\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\vec{e}_y\frac{\partial\Phi}{\partial y}+\vec{e}_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_R\frac{\partial\Phi}{\partial R}+\vec{e}_\varphi\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}+\vec{e}_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_r\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\vec{e}_\vartheta\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}+\vec{e}_\varphi\frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}$