Musterlösung

Klausur im Modul
Grundgebiete der Elektrotechnik I

am 13.09.2010, 9:00 – 10:30 Uhr

Name:	Vorname:	Matr.Nr.:

E-Mail-Adresse:

Studiengang:

Prüfungsdauer: 90 Minuten

- Zur Prüfung sind folgende Hilfsmittel zugelassen: Schreibgerät, Geodreieck/Lineal, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie ein DIN A4-Blatt Formelsammlung (beidseitig selbst **handschriftlich** beschrieben, nicht kopiert). Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht gestattet.
- Tragen Sie Name und Vorname auf dem Deckblatt und auch auf **jedem** Aufgabenblatt ein.
- Prüfen Sie die Anzahl der Aufgabenblätter (6 Aufgaben / 17 Seiten) auf Vollständigkeit.
- Die Aufgabenblätter sollen zusammengeheftet bleiben. Die Lösungswege und Lösungen zu den Aufgaben sind in die dafür vorgesehenen Zwischenräume einzutragen. Falls Sie mehr Platz benötigen, verwenden Sie die linken leeren Seiten.
- Bei Abgabe: Bleiben Sie bitte an Ihrem Platz. Die bearbeiteten Aufgabenblätter werden bei Ihnen abgeholt.
- Bitte nichts in die folgenden Tabellen eintragen! Diese werden von uns ausgefüllt.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	12	20	24	18	10	16	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Auszufüllen bei der Klausureinsicht:

Klausur eingesehen ____________ ____________________

Datum Unterschrift

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Konzepte und Qucs (12 Punkte)

Erläutern Sie die folgenden Begriffe der Elektrotechnik in ganzen Sätzen. In der Erläuterung dürfen keine Formeln oder Formelzeichen auftauchen!

(a) Verbraucherpfeilsystem

Im Verbraucherpfeilsystem gehen die Bezugspfeile für Strom und Spannung von demselben Pol aus. Verbraucher haben eine positive aufgenommene elektrische Leistung.

(b) Zweitor

Ein Zweitor ist ein Netz mit vier Klemmen, von denen jeweils zwei funktionell zusammen gehören und die Strombedingung erfüllen, d.h. der Strom, der an der einen Klemme hineinfließt, fließt an der anderen heraus.

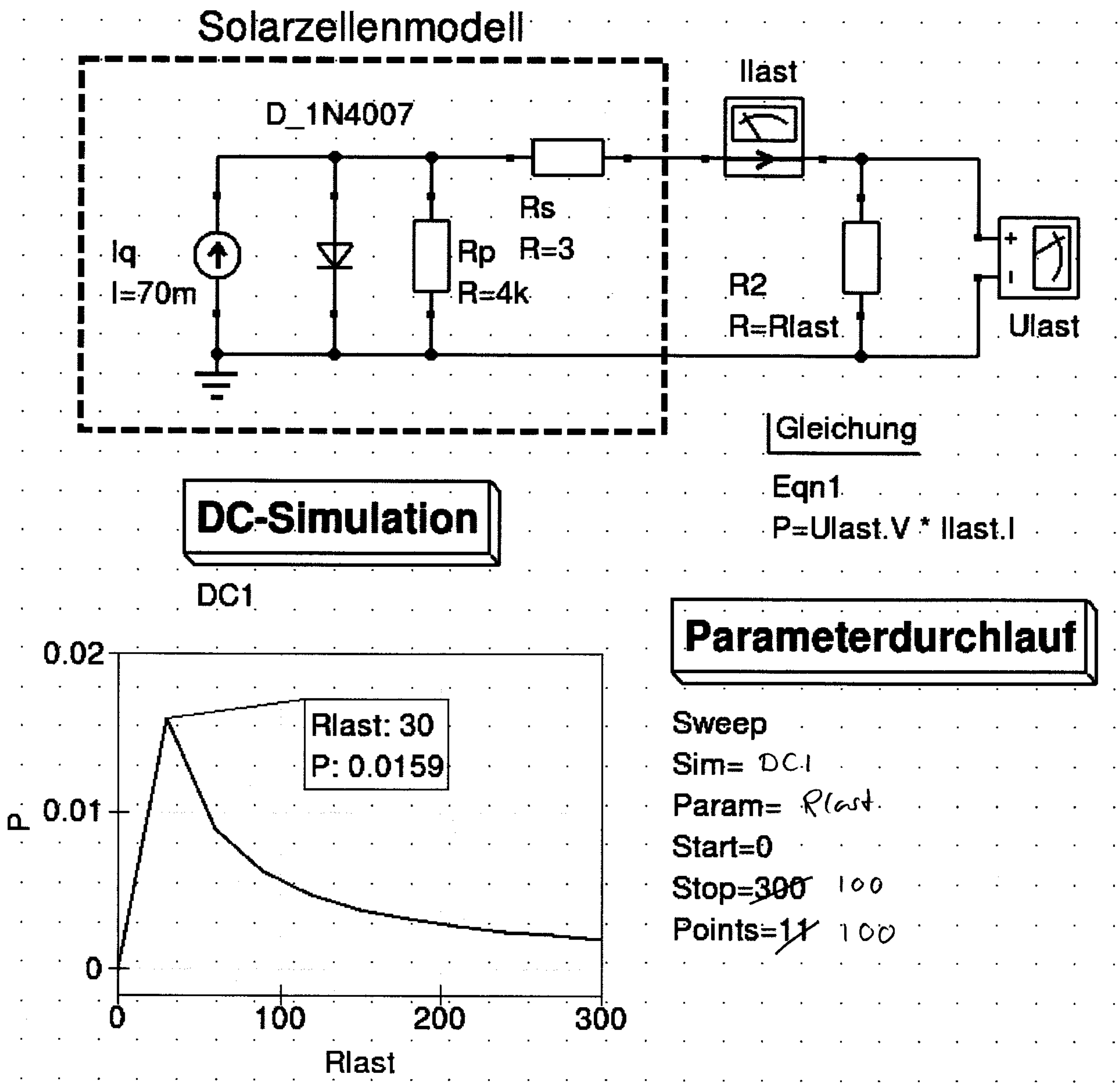
(c) Feldlinie

Die Richtungslinien des Feldvektors in einem Vektorfeld nennt man Feldlinien.

Name:	Vorname:

(d) Leistungsanpassung an einer Solarzelle:

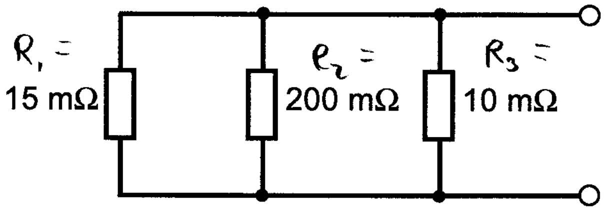
Folgende Simulation dient der Ermittlung desjenigen Lastwiderstands an einer Solarzelle, für den Leistungsanpassung vorliegt. Hierfür wird der Widerstandswert des Lastwiderstandes mit Hilfe eines Parameterdurchlaufs variiert und die Leistung an diesem bestimmt und ausgewertet.
Der Parameterdurchlauf ist hier noch unvollständig definiert. Weiterhin sind die bereits definierten Werte (Start,Stop,Points) für eine Auswertung ungeschickt gewählt. Vervollständigen Sie den Parameterdurchlauf und schlagen Sie bessere Werte vor.



Name:	Vorname:

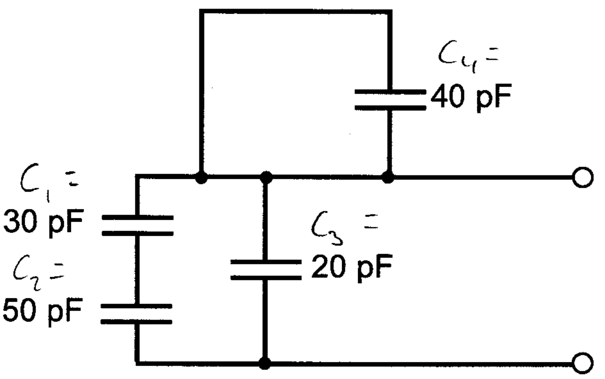
Aufgabe 2: Ersatzzweipole (20 Punkte)

(a) Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für die folgende Schaltung.



$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \underline{5,83\ m\Omega}$$

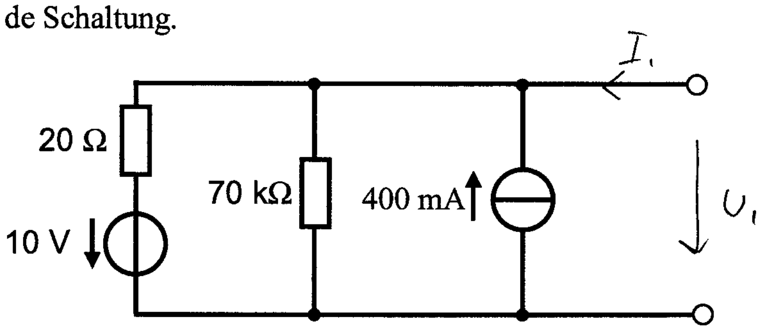
(b) Berechnen Sie die Ersatzkapazität für die folgende Schaltung.



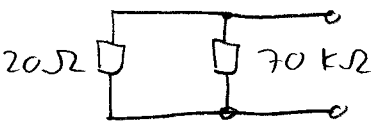
$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} + C_3 = \underline{38,75\ pF}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung.



Berechnung von R_i



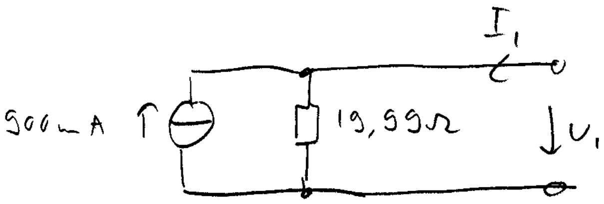
$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{70k\Omega}} = \underline{19,99\Omega}$$

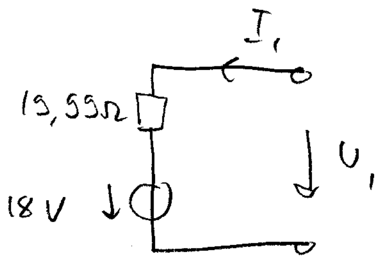
Berechnung von $I_K = -I_1$ für $U_1 = 0V$

$$I_K = 400\,mA + \frac{10\,V}{20\Omega} = \underline{900\,mA}$$

Berechnung von U_L

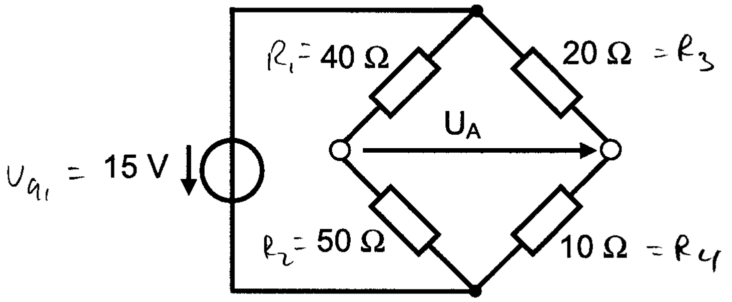
$$U_L = R_i \cdot I_K = \underline{18\,V}$$

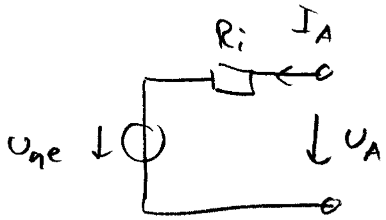




Name:	Vorname:

(d) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle für die folgende Brückenschaltung. Dabei sind die Ausgangsklemmen die zwei Klemmen, über denen die Spannung U_A abfällt.

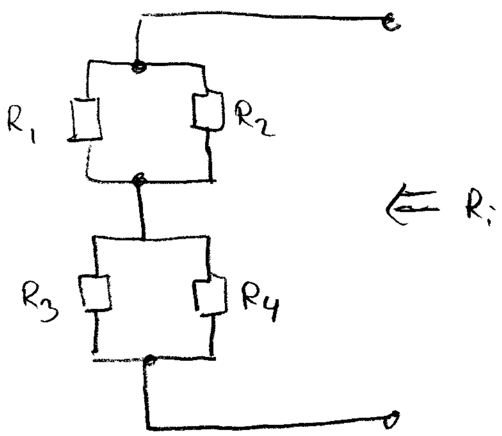




Berechnung von $U_L = U_A$ für $I_A = 0\,A$

$$U_{qe} = U_L = U_{q1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_{q1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \underline{3{,}33\,V}$$

Berechnung von R_i für $U_{q1} = 0\,V$

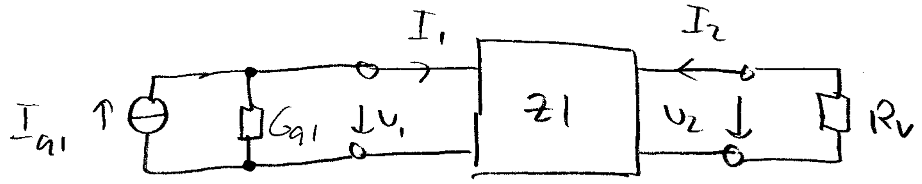


$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \underline{28{,}89\,\Omega}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Zweitore (24 Punkte)

(a) Ein Zweitor 1 habe die folgenden Elemente der Z-Matrix: $Z_{11} = 2\ \mathrm{k\Omega}$, $Z_{12} = 800\ \Omega$, $Z_{21} = 2\ \mathrm{k\Omega}$, $Z_{22} = 1\ \mathrm{k\Omega}$. Es ist am Tor 1 mit der linearen Stromquelle $I_{q1} = 10$ mA; $G_{q1} = 100\ \mu$S und am Tor 2 mit einem Verbraucher mit Ersatzwiderstand $R_V = 500\ \Omega$ verbunden. Berechnen Sie die Ströme, Spannungen und Leistungen an den Toren.



Z-Matrix: $\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$

Aufstellen LGS:

I $\quad U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$

II $\quad U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$

III $\quad I_{q1} - I_1 = U_1 \cdot G_{q1}$

IV $\quad U_2 = -I_2 \cdot R_V$

Lösen des LGS:

III in I: $\quad \frac{I_{q1} - I_1}{G_{q1}} = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \rightarrow \mathrm{I}' \quad \frac{I_{q1}}{G_{q1}} = \left(Z_{11} + \frac{1}{G_{q1}}\right) I_1 + Z_{12} \cdot I_2$

IV in II: $\quad -I_2 \cdot R_V = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \rightarrow \mathrm{II}' \quad 0 = Z_{21} \cdot I_1 + (Z_{22} + R_V) I_2$

$\rightarrow \mathrm{II}' \quad I_1 = -\frac{Z_{22} + R_V}{Z_{21}} \cdot I_2$

II' in I': $\quad \frac{I_{q1}}{G_{q1}} = -\left(Z_{11} + \frac{1}{G_{q1}}\right) \cdot \frac{Z_{22} + R_V}{Z_{21}} \cdot I_2 + Z_{12} \cdot I_2$

$\rightarrow I_2 = \frac{I_{q1}/G_{q1}}{-\left(Z_{11} + \frac{1}{G_{q1}}\right) \frac{Z_{22} + R_V}{Z_{21}} + Z_{12}} = \underline{-12{,}2\ \mathrm{mA}}$

Name:	Vorname:

I_2 in $\overline{II}$ ' $I_1 = \underline{9{,}1\,mA}$

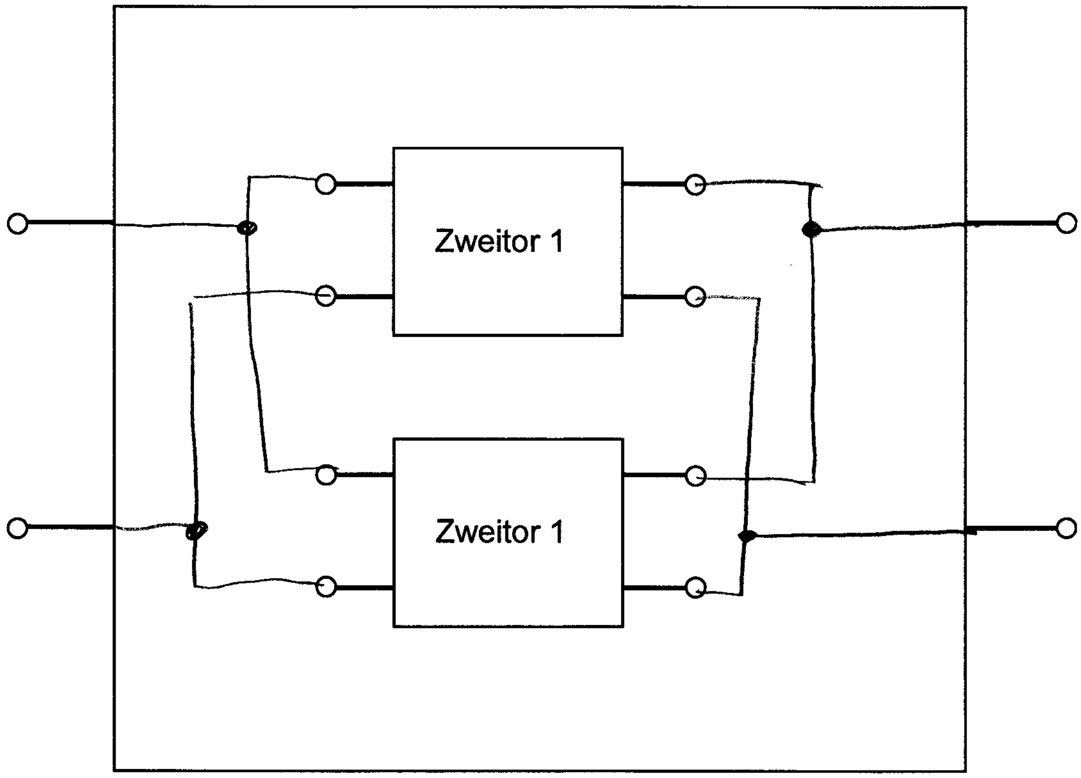
I_1 in $\overline{III}$ $U_1 = \underline{8{,}5\,V}$

I_2 in $\overline{IV}$ $U_2 = \underline{6{,}1\,V}$

$P_1 = I_1 \cdot U_1 = \underline{78\,mW}$

$P_2 = I_2 \cdot U_2 = \underline{-74\,mW}$

(b) Das Zweitor 1 soll mit einem identischen Zweitor 1 in einer Parallel-Parallel-Schaltung zu dem Zweitor 2 verbunden werden. In der Zeichnung unten sind die Außenklemmen des Zweitores 2 gegeben. Zeichnen Sie alle für die Parallel-Parallel-Schaltung notwendigen Verbindungen in dem Zweitor 2 in der Skizze unten ein.



Zweitor 2

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie die Elemente der Z-Matrix für das Zweitor 2.

$$Z = \begin{pmatrix} 2\,k\Omega & 800\,\Omega \\ 2\,k\Omega & 1\,k\Omega \end{pmatrix}$$

$$\det Z = 4 \cdot 10^{5}\,\Omega^2$$

$$Y_2 = Y_1 + Y_1$$

$$Y_1 = \begin{pmatrix} \frac{Z_{22}}{\det Z} & -\frac{Z_{12}}{\det Z} \\ -\frac{Z_{21}}{\det Z} & \frac{Z_{11}}{\det Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,S & -2 \cdot 10^{-3}\,S \\ -5 \cdot 10^{-3}\,S & 5 \cdot 10^{-3}\,S \end{pmatrix}$$

$$Y_2 = \begin{pmatrix} 5 \cdot 10^{-3}\,S & -4 \cdot 10^{-3}\,S \\ -10 \cdot 10^{-3}\,S & 10 \cdot 10^{-3}\,S \end{pmatrix}$$

$$\det Y_2 = 1 \cdot 10^{-5}\,S^2$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix} \frac{Y_{22}}{\det Y} & \frac{-Y_{12}}{\det Y} \\ -\frac{Y_{21}}{\det Y} & \frac{Y_{11}}{\det Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,k\Omega & 400\,\Omega \\ 1\,k\Omega & 500\,\Omega \end{pmatrix}$$

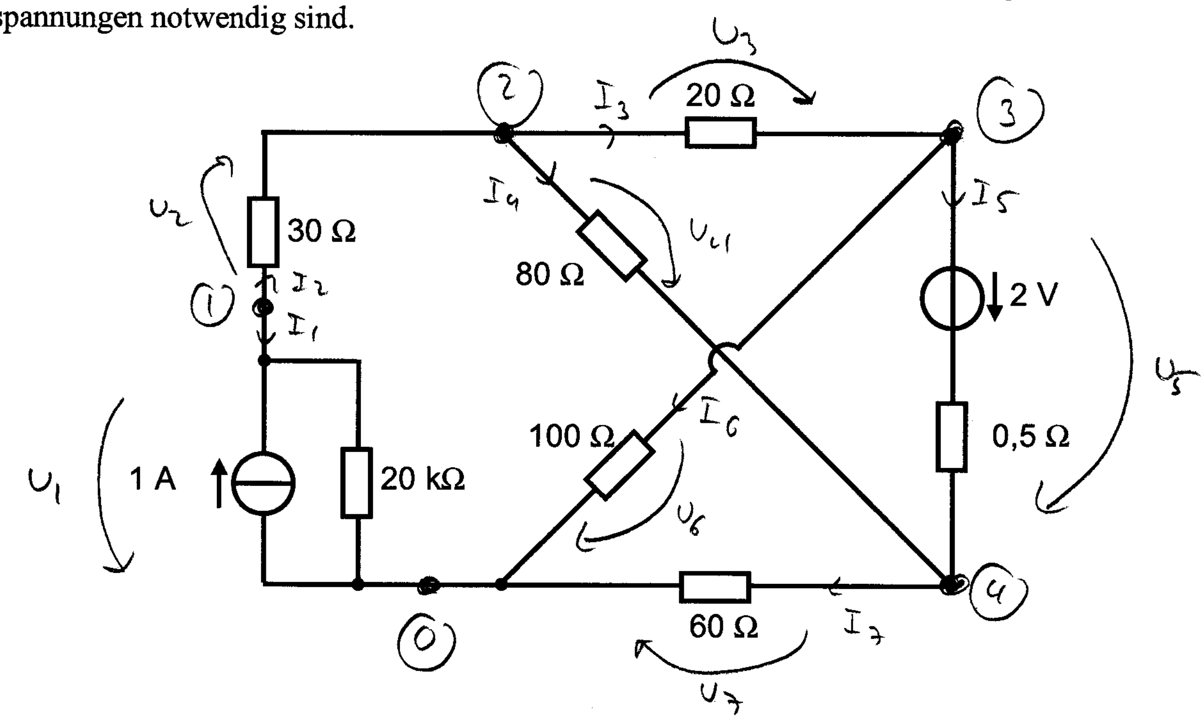
Tabelle 4.1 Umwandlung der Zweitorparameter

	[Z]	[Y]	[A]	[H]	[K]
[Z]	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\det Y} & \frac{-Y_{12}}{\det Y} \\ \frac{-Y_{21}}{\det Y} & \frac{Y_{11}}{\det Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{11}}{A_{21}} & \frac{\det A}{A_{21}} \\ \frac{1}{A_{21}} & \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det H}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ \frac{-H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{11}} & \frac{-K_{12}}{K_{11}} \\ \frac{K_{21}}{K_{11}} & \frac{\det K}{K_{11}} \end{matrix}$
[Y]	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\det Z} & \frac{-Z_{12}}{\det Z} \\ \frac{-Z_{21}}{\det Z} & \frac{Z_{11}}{\det Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{22}}{A_{12}} & \frac{-\det A}{A_{12}} \\ \frac{-1}{A_{12}} & \frac{A_{11}}{A_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & \frac{-H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{\det H}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det K}{K_{22}} & \frac{K_{12}}{K_{22}} \\ \frac{-K_{21}}{K_{22}} & \frac{1}{K_{22}} \end{matrix}$
[A]	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\det Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{-\det Y}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-\det H}{H_{21}} & \frac{-H_{11}}{H_{21}} \\ \frac{-H_{22}}{H_{21}} & \frac{-1}{H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{21}} & \frac{K_{22}}{K_{21}} \\ \frac{K_{11}}{K_{21}} & \frac{\det K}{K_{21}} \end{matrix}$
[H]	$\begin{matrix} \frac{\det Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\det Y}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{12}}{A_{22}} & \frac{\det A}{A_{22}} \\ \frac{-1}{A_{22}} & \frac{A_{21}}{A_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{K_{22}}{\det K} & \frac{-K_{12}}{\det K} \\ \frac{-K_{21}}{\det K} & \frac{K_{11}}{\det K} \end{matrix}$
[K]	$\begin{matrix} \frac{1}{Z_{11}} & \frac{-Z_{12}}{Z_{11}} \\ \frac{Z_{21}}{Z_{11}} & \frac{\det Z}{Z_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det Y}{Y_{22}} & \frac{Y_{12}}{Y_{22}} \\ \frac{-Y_{21}}{Y_{22}} & \frac{1}{Y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{21}}{A_{11}} & \frac{-\det A}{A_{11}} \\ \frac{1}{A_{11}} & \frac{A_{12}}{A_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{H_{22}}{\det H} & \frac{-H_{12}}{\det H} \\ \frac{-H_{21}}{\det H} & \frac{H_{11}}{\det H} \end{matrix}$	$\begin{matrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{matrix}$

Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse (18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung. Es sollen die linear unabhängigen Zweig-, Knoten- und Maschengleichungen aufgestellt werden, die zur Bestimmung sämtlicher Zweigströme und Zweigspannungen notwendig sind.



(a) Beschriften Sie die Zweigströme und Zweigspannungen in der Schaltung. Stellen Sie die linear unabhängigen Zweiggleichungen auf.

z1) $U_1 = (I_1 + 1\,A) \cdot 20\,k\Omega$

z2) $U_2 = 30\Omega \cdot I_2$

z3) $U_3 = 20\Omega \cdot I_3$

z4) $U_4 = 80\Omega \cdot I_4$

z5) $U_5 = 2\,V + 0{,}5\Omega \cdot I_5$

z6) $U_6 = 100\Omega \cdot I_6$

z7) $U_7 = 60\Omega \cdot I_7$

Name:	Vorname:

(b) Markieren Sie die Knoten in der Schaltung und stellen Sie die linear unabhängigen Knotengleichungen auf.

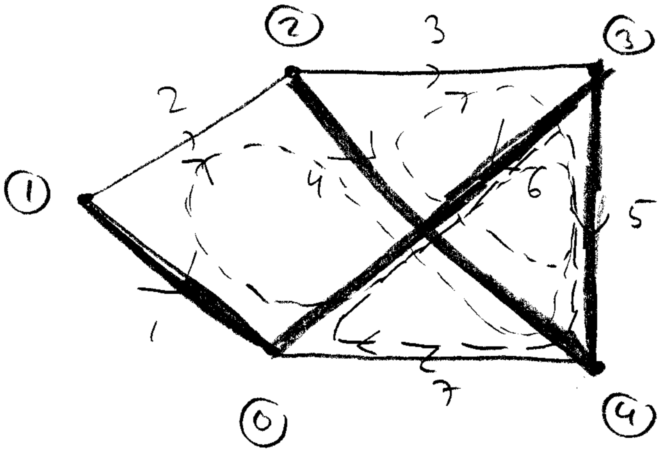
K1) $I_1 + I_2 = 0$

K2) $-I_2 + I_3 + I_4 = 0$

K3) $-I_3 + I_5 + I_6 = 0$

K4) $-I_4 - I_5 + I_7 = 0$

(c) Zeichnen Sie den Graph der Schaltung inklusive der Pfeile für den Bezugssinn. Markieren Sie einen vollständigen Baum in dem Graph. Stellen Sie die linear unabhängigen Maschengleichungen auf und zeichnen Sie die dazugehörigen Maschenumläufe in den Graph ein.



M2) $U_2 + U_4 - U_5 + U_6 - U_1 = 0$

M3) $U_3 + U_5 - U_4 = 0$

M7) $U_7 - U_6 + U_5 = 0$

(d) Geben Sie jeweils die Anzahl für Ihr resultierendes Gleichungssystem an.

Anzahl an unbekannten Zweigströmen und Zweigspannungen: 14

Anzahl an linear unabhängigen Zweiggleichungen aus (a): 7

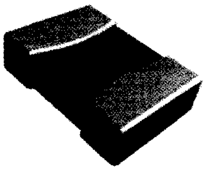
Anzahl an linear unabhängigen Knotengleichungen aus (b): 4

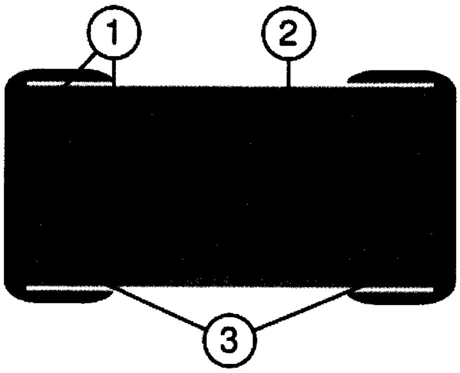
Anzahl an linear unabhängigen Maschengleichungen aus (c): 3

Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Kondensatoren (10 Punkte)

(a) Es soll die Kapazität für einen Keramikvielschicht-Chipkondensator berechnet werden. Dieser bestehe aus Metallfolien (1) die mit den Kontakten (3) abwechselnd leitend verbunden seien. Zwischen den Metallfolien befinde sich ein Dielektrikum (2) mit ε_r=10.000. Der Kondensator habe 40 geschichtete Metallfolien mit einem Abstand von jeweils 30 µm. Die Grundfläche des Kondensators betrage 2,0 mm auf 1,0 mm und entspreche näherungsweise der aktiven Fläche. Randeffekte seien vernachlässigbar.





$C = (n-1) \cdot \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{l}$

$A = 2\,mm^2$

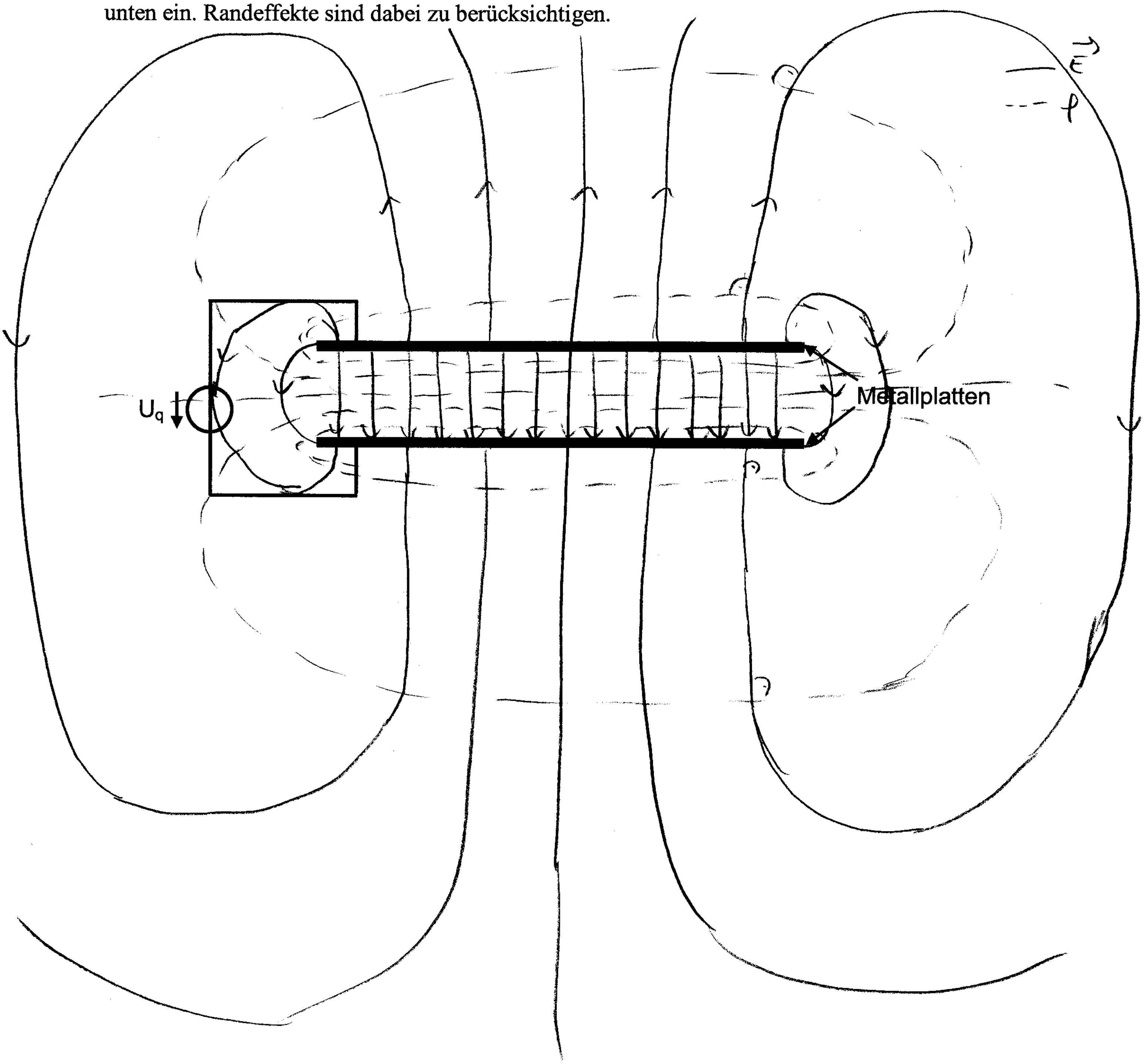
$l = 30\,\mu m$

$n = 40$

$C = 230\,nF$

Name:	Vorname:

(b) Gegeben seien zwei parallele, ebene Metallplatten in Luft, deren Kantenlänge senkrecht zur Zeichenebene größer als ihr Abstand sei. Die Platten seien an eine Konstantspannungsquelle angeschlossen. Zeichnen Sie qualitativ elektrische Feldlinien und Äquipotenziallinien in die Skizze unten ein. Randeffekte sind dabei zu berücksichtigen.

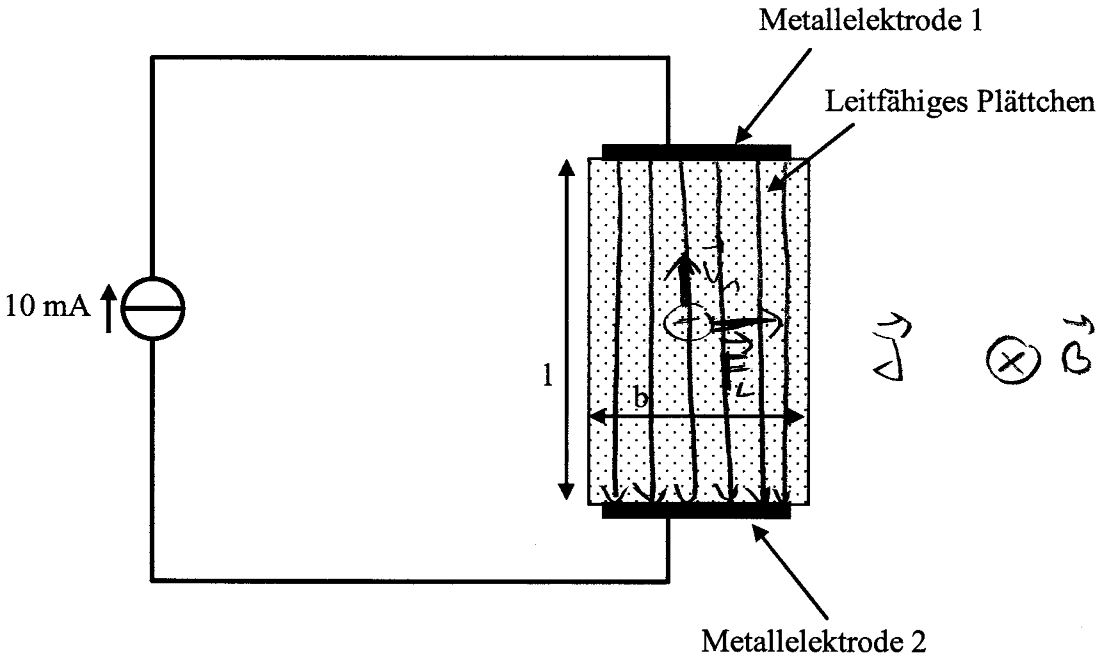


Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Hall-Sonde (16 Punkte)

Gegeben sei ein leitfähiges Plättchen in Luft, mit dem eine Messung der magnetischen Flussdichte durchgeführt werden soll.

(a) Das Plättchen sei über die Metallelektroden 1 und 2 an eine Gleichstromquelle mit I = 10 mA angeschlossen. Zunächst werde der Stromfluss im Plättchen ohne magnetisches Feld betrachtet. Zeichnen Sie die Feldlinien der Stromdichte in die Skizze ein.



(b) Das Plättchen habe eine Breite b=0,5 mm, eine Länge l=2 mm und eine Dicke d=20 µm. In dem leitfähigen Plättchen seien pro cm^3 10^{15} frei bewegliche Elektronen vorhanden. Die Anzahl der frei beweglichen positiven Ladungsträger sei vernachlässigbar. Berechnen Sie die mittlere Driftgeschwindigkeit der Elektronen und zeichnen Sie beispielhaft einen Vektor der Driftgeschwindigkeit in die Skizze in (a) ein.

$$J = e n v_n = \frac{I}{A} = \frac{I}{b \cdot d}$$

$n = 10^{15}\ cm^{-3}$

$I = 10\ mA$

$$\to v_n = \frac{I}{e \cdot n \cdot b \cdot d} = \underline{6{,}25 \cdot 10^{3}\ \frac{m}{s}}$$

Name:	Vorname:

(c) Nun werde das leitfähige Plättchen von einem Magnetfeld durchsetzt, das senkrecht in die Zeichenebene der Skizze in (a) hineinzeigt und die magnetische Flussdichte von 1 T hat. Berechnen Sie den Betrag der Lorentzkraft, die auf ein Elektron wirkt und zeichnen Sie die Richtung der Lorentzkraft in die Skizze in (a) ein.

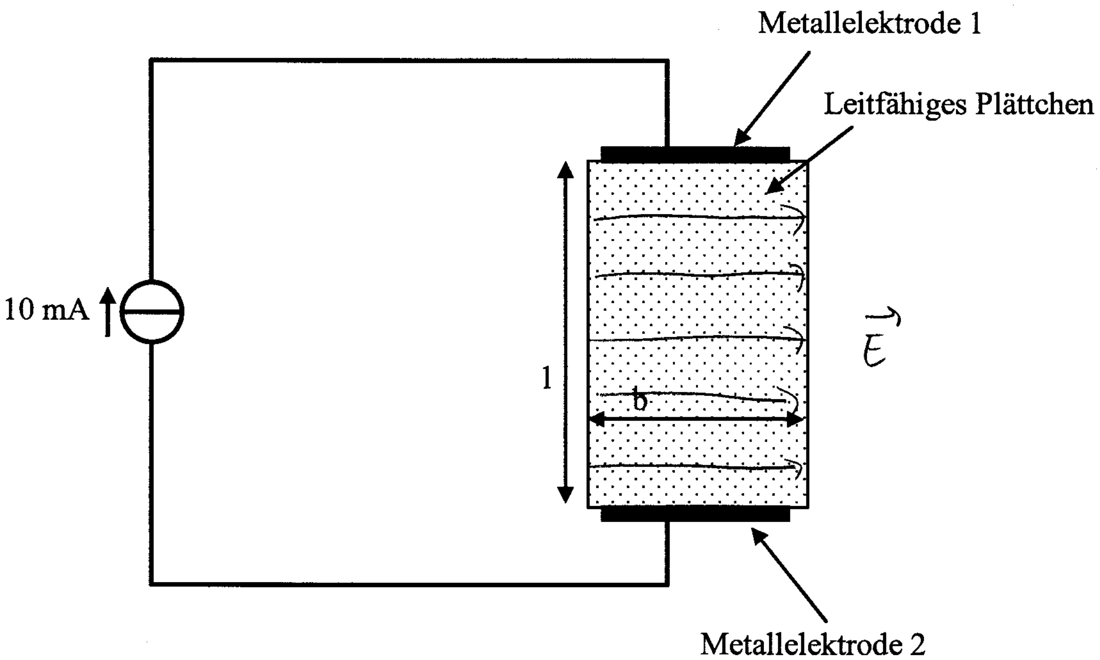
$$\vec{F} = Q\,(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$|F_L| = |(-e)\, v_n \cdot B| = \underline{1 \cdot 10^{-15}\ N}$$

(d) Die Lorentzkraft bewirkt eine Ablenkung der Elektronen, die ein Aufladen der einen Seite des Leiterplättchens zufolge hat. Dieses verursacht ein elektrisches Feld, das ebenfalls auf die Elektronen eine Kraft ausübt. Berechnen Sie den Betrag des resultierenden elektrischen Feldes im Gleichgewichtszustand. Zeichnen Sie die Feldlinien des elektrischen Feldes in die Skizze auf der nächsten Seite ein.

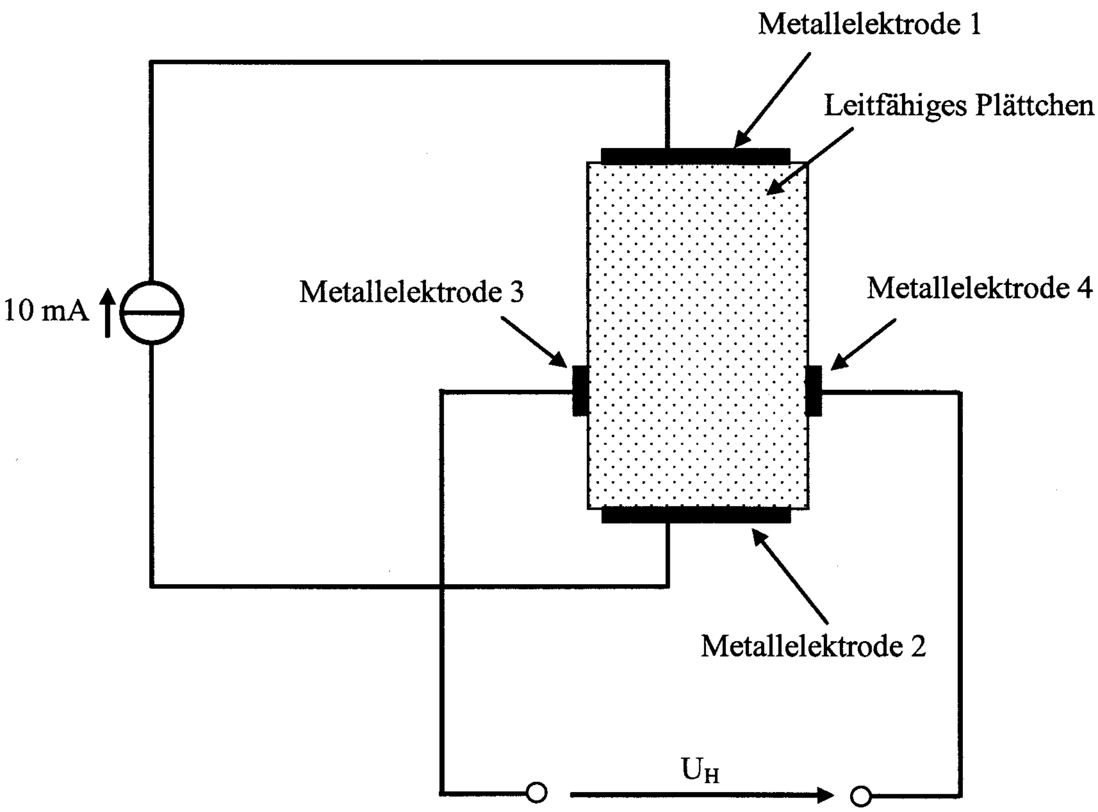
$$\vec{F}_e = -\vec{F}_L = (-e) \cdot \vec{E} \quad \rightarrow \quad |E| = \frac{|F_L|}{e} = \underline{6{,}24 \cdot 10^{3}\ \frac{V}{m}}$$

Name:	Vorname:



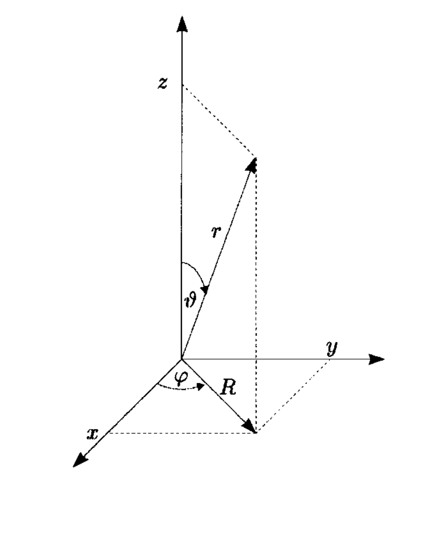
(e) Berechnen Sie die Hall-Spannung U_H, die bei einer Kontaktierung mit den Metallelektroden 3 und 4 gemessen wird.

$U_H = E \cdot b = \underline{3{,}12V}$



Der Zusammenhang zwischen kartesischen, Kreiszylinder- und Kugelkoordinaten

Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
x	$R\cos\varphi$	$r\sin\vartheta\cos\varphi$
y	$R\sin\varphi$	$r\sin\vartheta\sin\varphi$
z	z	$r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2}$	R	$r\sin\vartheta$
$\arctan\dfrac{y}{x}$	φ	φ
z	z	$r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$	$\sqrt{R^2+z^2}$	r
$\arctan\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}$	$\arctan\dfrac{R}{z}$	ϑ
$\arctan\dfrac{y}{x}$	φ	φ



Linien-, Flächen- und Volumenelemente in den verschiedenen Koordinatensystemen

	Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
$d\vec{s}$	$\vec{e}_x\,dx+\vec{e}_y\,dy+\vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_R\,dR+\vec{e}_\varphi\,Rd\varphi+\vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_r\,dr+\vec{e}_\vartheta\,rd\vartheta+\vec{e}_\varphi\,r\sin\vartheta\,d\varphi$
$d\vec{f}$	$\vec{e}_x\,df_x+\vec{e}_y\,df_y+\vec{e}_z\,df_z$	$\vec{e}_R\,df_R+\vec{e}_\varphi\,df_\varphi+\vec{e}_z\,df_z$	$\vec{e}_r\,df_r+\vec{e}_\vartheta\,df_\vartheta+\vec{e}_\varphi\,df_\varphi$
	$df_x=dy\,dz$	$df_R=R\,d\varphi\,dz$	$df_r=r^2\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi$
	$df_y=dx\,dz$	$df_\varphi=dR\,dz$	$df_\vartheta=r\sin\vartheta\,dr\,d\varphi$
	$df_z=dx\,dy$	$df_z=R\,dR\,d\varphi$	$df_\varphi=r\,dr\,d\vartheta$
dv	$dx\,dy\,dz$	$R\,dR\,d\varphi\,dz$	$r^2\sin\vartheta\,dr\,d\vartheta\,d\varphi$
$\mathrm{grad}\,\Phi$	$\vec{e}_x\dfrac{\partial\Phi}{\partial x}+\vec{e}_y\dfrac{\partial\Phi}{\partial y}+\vec{e}_z\dfrac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_R\dfrac{\partial\Phi}{\partial R}+\vec{e}_\varphi\dfrac{1}{R}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\varphi}+\vec{e}_z\dfrac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_r\dfrac{\partial\Phi}{\partial r}+\vec{e}_\vartheta\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}+\vec{e}_\varphi\dfrac{1}{r\sin\vartheta}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\varphi}$