Klausur im Modul
Grundgebiete der Elektrotechnik I

am 15.09.2014, 9:00 – 10:30 Uhr

Name:	Vorname:	Matr.Nr.:

E-Mail-Adresse:

Studiengang:

Vorleistung aus Vorjahr berücksichtigen? ☐ Ja ☐ Nein

Prüfungsdauer: 90 Minuten

- Zur Prüfung sind folgende Hilfsmittel zugelassen: Schreibgerät, Geodreieck/Lineal, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie ein DIN A4-Blatt Formelsammlung (beidseitig selbst **handschriftlich** beschrieben, nicht kopiert). Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht gestattet.
- Tragen Sie Name und Vorname auf dem Deckblatt und auch auf **jedem** Aufgabenblatt ein.
- Prüfen Sie die Anzahl der Aufgabenblätter (6 Aufgaben / 18 Seiten) auf Vollständigkeit.
- Die Aufgabenblätter sollen zusammengeheftet bleiben. Die Lösungswege und Lösungen zu den Aufgaben sind in die dafür vorgesehenen Zwischenräume einzutragen. Falls Sie mehr Platz benötigen, verwenden Sie die linken leeren Seiten.
- Bei Abgabe: Bleiben Sie bitte an Ihrem Platz. Die bearbeiteten Aufgabenblätter werden bei Ihnen abgeholt.
- Bitte nichts in die folgenden Tabellen eintragen! Diese werden von uns ausgefüllt.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	12	20	18	18	20	12	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Auszufüllen bei der Klausureinsicht:

Klausur eingesehen ______________ ______________________

Datum Unterschrift

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Konzepte und Qucs (12 Punkte)

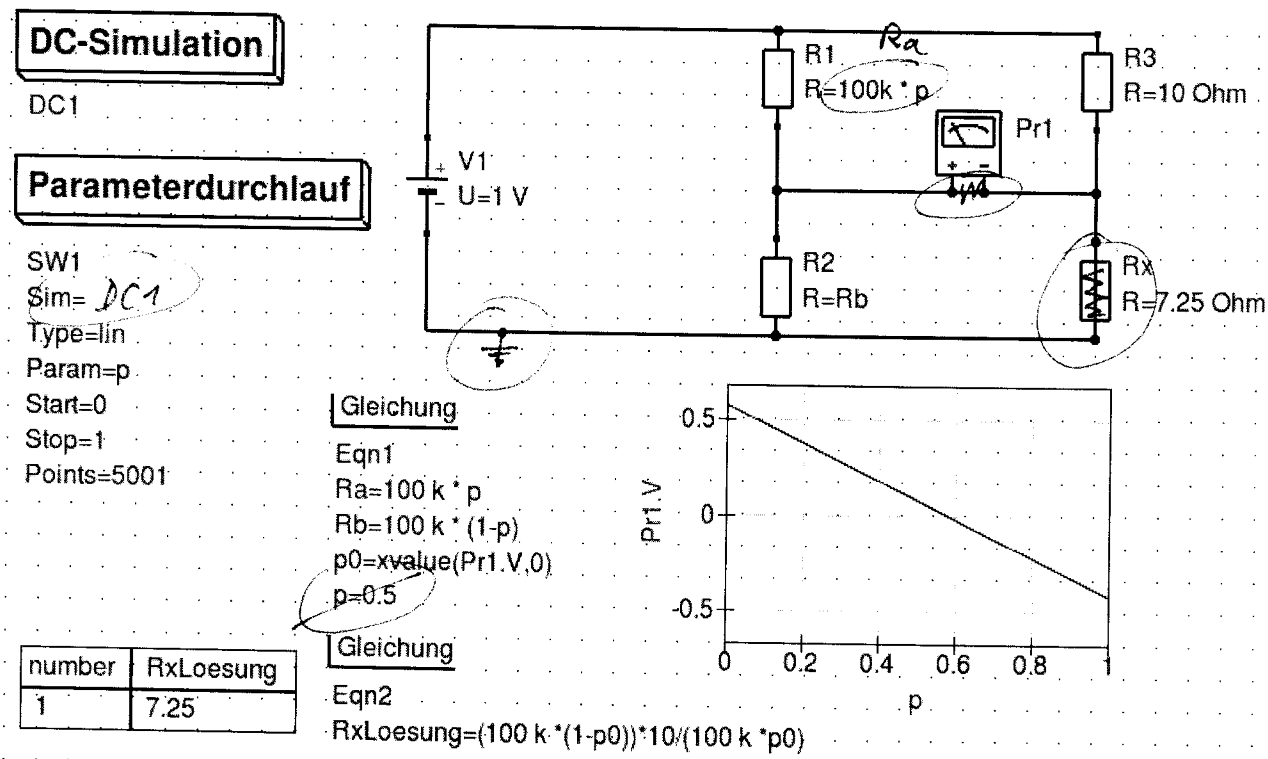
Erläutern Sie die folgenden Begriffe der Elektrotechnik in ganzen Sätzen. In der Erläuterung dürfen keine Formeln oder Formelzeichen auftauchen!

(a) Stromstärke Das Verhältnis aus transportierter Ladung pro Zeit bezeichnet man als Stromstärke

(b) Passiver Zweipol Ein passiver Zweipol ist ein Zweipol welcher keine Energie abgeben kann, die er nicht zuvor aufgenommen hat. Seine U/I-Kennlinie geht durch (0,0).

(c) Durchflutung Die Durchflutung ist die Summe aller el. Ströme die durch eine umrandete Fläche gehen und damit die magnetishe Flussdichte erzeugen.

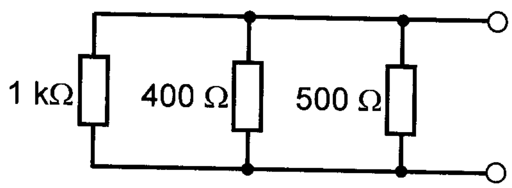
(d) Gezeigt ist die QUCS-Simulation einer Wheatstoneschen Messbrücke, um den Widerstand Rx auszumessen. Nach erfolgreicher Simulation wurden hier 6 Fehler eingefügt. Finden und verbessern Sie diese.



Name:	Vorname:

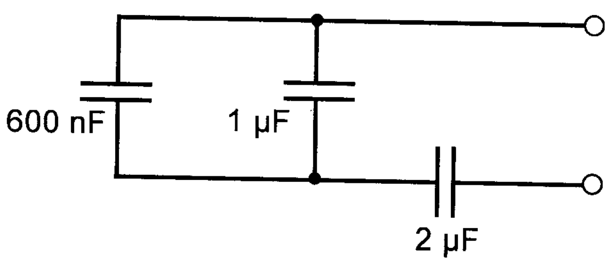
Aufgabe 2: Ersatzzweipole (22 Punkte)

(a) Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für die folgende Schaltung.



$$\frac{1}{\frac{1}{1k\Omega}+\frac{1}{400\Omega}+\frac{1}{500\Omega}} = 181{,}818\,\Omega$$

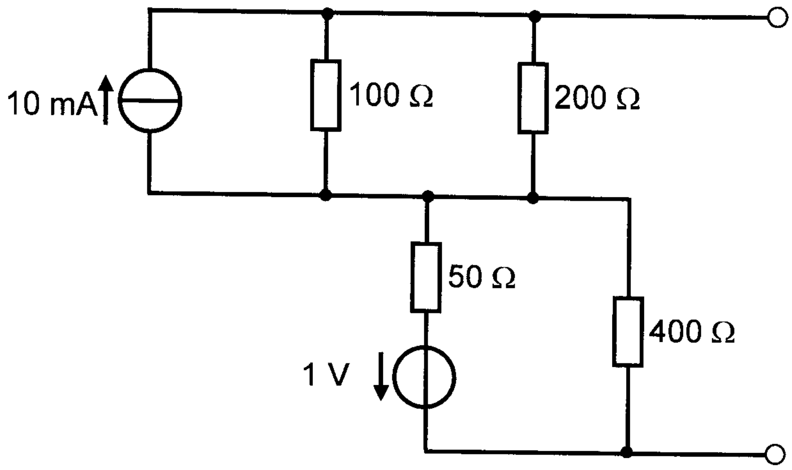
(b) Berechnen Sie die Ersatzkapazität für die folgende Schaltung.

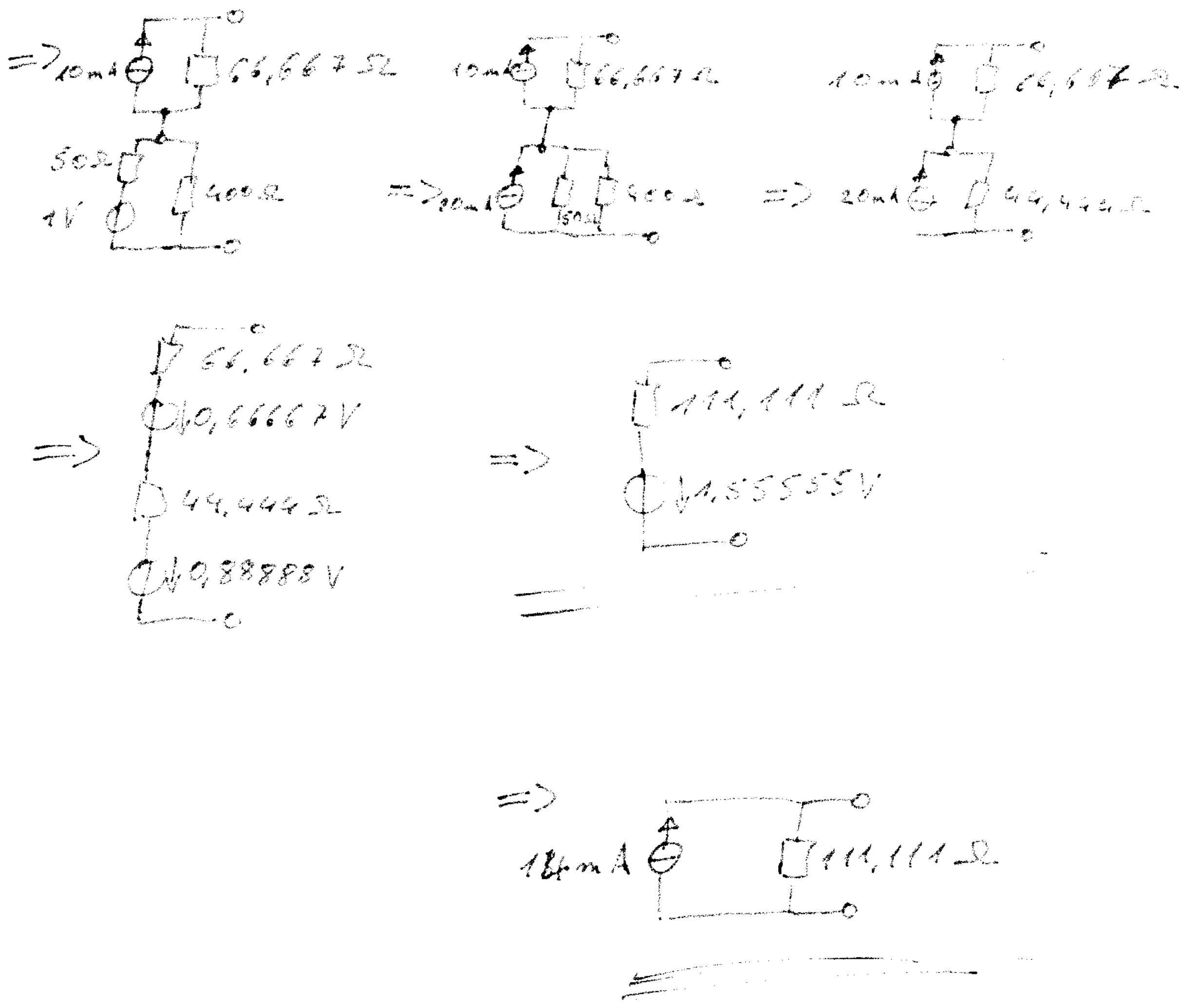


$$\frac{1}{\frac{1}{600nF+1\mu F}+\frac{1}{2\mu F}} = 888{,}883\,nF$$

Name:	Vorname:

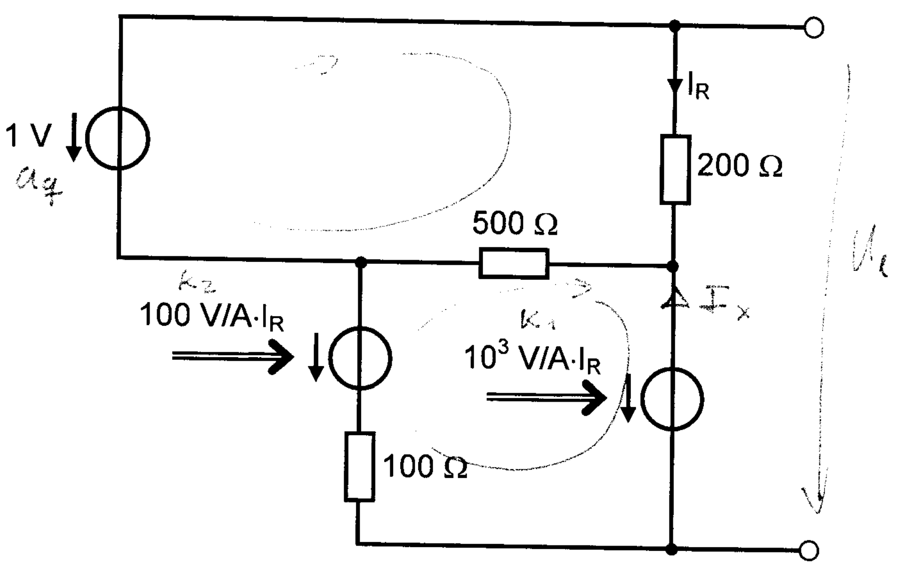
(c) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung.





Name:	Vorname:

(d) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung.



U_l:

$$U_l = 200\Omega I_R + K_1 I_R$$

$$U_q = 200\Omega I_R + 500\Omega \cdot (I_R + I_x) \rightarrow \frac{U_q - 200\Omega I_R - 500\Omega I_R}{500\Omega} = I_x$$

$$\Rightarrow \frac{U_q}{500\Omega} - \frac{7}{5} I_R = I_x$$

$$K_1 I_R - 100\Omega I_x - K_2 I_R = 500\Omega (I_R + I_x)$$

$$\hookrightarrow K_1 I_R - \frac{U_q}{5} + \overset{140\Omega}{\cancel{\frac{700\Omega}{5}}} I_R - K_2 I_R = 500\Omega I_R + U_q - 700 I_R$$

$$\Rightarrow I_R (K_1 - K_2 + 140\Omega) - \frac{U_q}{5} = -200\Omega I_R + U_q$$

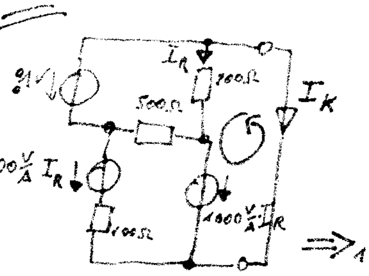
$$\Rightarrow I_R (K_1 - K_2 + 340\Omega) = \frac{6}{5} U_q$$

$$\Rightarrow I_R = \frac{6\, U_q}{5K_1 - 5K_2 + 1700\Omega} = \frac{6V}{5000\frac{V}{A} - 500\frac{V}{A} + 1700\Omega} = \frac{6V}{6200\Omega} = \frac{3}{3100} A$$

$$\approx 0{,}9677 \text{ mA}$$

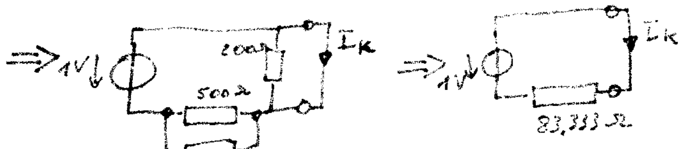
$$U_l = \frac{6}{31} V + \frac{30}{31} V = \frac{36}{31} V \approx \underline{1{,}1613 V}$$

I_K:



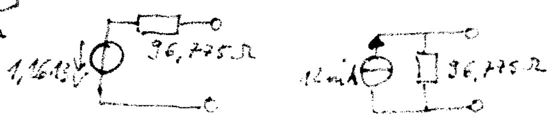
$$200\Omega \cdot I_R + 1000\frac{V}{A} \cdot I_R = 0$$

$$\hookrightarrow I_R = 0$$



$$I_K = \frac{1V}{83{,}33\Omega} = 12 \text{ mA}$$

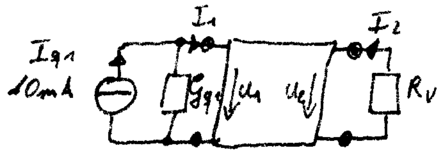
R_i: $\frac{U_l}{I_K} = R_i = 96{,}775\Omega$



Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Zweitore (18 Punkte)

(a) Ein Zweitor 1 habe die folgenden Elemente der Y-Matrix: $Y_{11} = 2$ mS, $Y_{12} = 3$ mS, $Y_{21} = 1$ mS, $Y_{22} = 300$ µS. Es ist am Tor 1 mit der linearen Stromquelle $I_{q1} = 10$ mA; $G_{q1} = 100$ µS und am Tor 2 mit einem Verbraucher mit Ersatzwiderstand $R_V = 500\ \Omega$ verbunden. Berechnen Sie die Ströme, Spannungen und Leistungen an den Toren.



$I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2$ $\qquad$ $U_2 = -I_2 R_V$

$I_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2$ $\qquad$ $I_1 = I_{q1} - U_1 G_{q1}$

$$\hookrightarrow \quad I_{q1} - U_1 G_{q1} = Y_{11} U_1 + Y_{12}(-I_2 \cdot R_V) \rightarrow U_1 = \frac{Y_{12} I_2 R_V + I_{q1}}{G_{q1} + Y_{11}}$$

$$I_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22}(-I_2 R_V)$$

$$\hookrightarrow I_2 = \frac{Y_{21} Y_{12} I_2 R_V + Y_{21} I_{q1}}{G_{q1} + Y_{11}} - Y_{22} I_2 R_V$$

$$I_2 - \frac{Y_{21} Y_{12} R_V}{G_{q1} + Y_{11}} I_2 + Y_{22} I_2 R_V = \frac{Y_{21} I_{q1}}{G_{q1} + Y_{11}}$$

$$I_2 = \frac{Y_{21} I_{q1}}{G_{q1} + Y_{11}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{Y_{21} Y_{12} R_V}{G_{q1} + Y_{11}} + Y_{22} R_V}$$

$I_2 \approx 10{,}33$ mA

$U_2 \approx -5{,}47$ V

$U_1 \approx 12{,}57$ V

$I_1 \approx 8{,}73$ mA

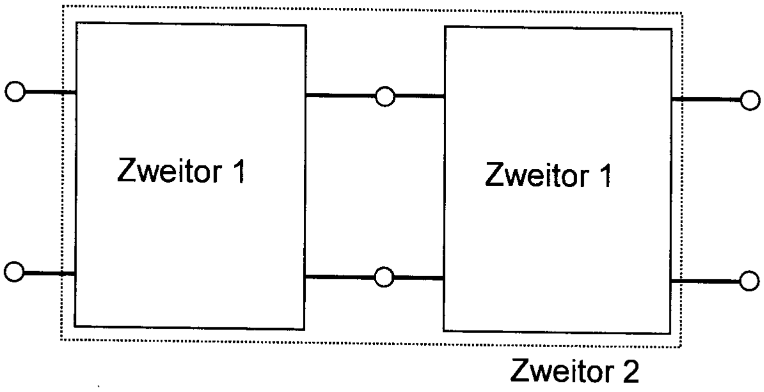
Name:	Vorname:

Tabelle 4.1 Umwandlung der Zweitorparameter

	$[Z]$	$[Y]$	$[A]$	$[H]$	$[K]$
$[Z]$	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\det Y} & \frac{-Y_{12}}{\det Y} \\ \frac{-Y_{21}}{\det Y} & \frac{Y_{11}}{\det Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{11}}{A_{21}} & \frac{\det A}{A_{21}} \\ \frac{1}{A_{21}} & \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det H}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ \frac{-H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{11}} & \frac{-K_{12}}{K_{11}} \\ \frac{K_{21}}{K_{11}} & \frac{\det K}{K_{11}} \end{matrix}$
$[Y]$	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\det Z} & \frac{-Z_{12}}{\det Z} \\ \frac{-Z_{21}}{\det Z} & \frac{Z_{11}}{\det Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{22}}{A_{12}} & \frac{-\det A}{A_{12}} \\ \frac{-1}{A_{12}} & \frac{A_{11}}{A_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & \frac{-H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{\det H}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det K}{K_{22}} & \frac{K_{12}}{K_{22}} \\ \frac{-K_{21}}{K_{22}} & \frac{1}{K_{22}} \end{matrix}$
$[A]$	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\det Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-1}{Y_{21}} \\ \frac{-\det Y}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-\det H}{H_{21}} & \frac{-H_{11}}{H_{21}} \\ \frac{-H_{22}}{H_{21}} & \frac{-1}{H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{21}} & \frac{K_{22}}{K_{21}} \\ \frac{K_{11}}{K_{21}} & \frac{\det K}{K_{21}} \end{matrix}$
$[H]$	$\begin{matrix} \frac{\det Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\det Y}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{12}}{A_{22}} & \frac{\det A}{A_{22}} \\ \frac{-1}{A_{22}} & \frac{A_{21}}{A_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{K_{22}}{\det K} & \frac{-K_{12}}{\det K} \\ \frac{-K_{21}}{\det K} & \frac{K_{11}}{\det K} \end{matrix}$
$[K]$	$\begin{matrix} \frac{1}{Z_{11}} & \frac{-Z_{12}}{Z_{11}} \\ \frac{Z_{21}}{Z_{11}} & \frac{\det Z}{Z_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det Y}{Y_{22}} & \frac{Y_{12}}{Y_{22}} \\ \frac{-Y_{21}}{Y_{22}} & \frac{1}{Y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{21}}{A_{11}} & \frac{-\det A}{A_{11}} \\ \frac{1}{A_{11}} & \frac{A_{12}}{A_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{H_{22}}{\det H} & \frac{-H_{12}}{\det H} \\ \frac{-H_{21}}{\det H} & \frac{H_{11}}{\det H} \end{matrix}$	$\begin{matrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{matrix}$

Name:	Vorname:

(b) Berechnen Sie die Kettenmatrix $\mathbf{A}_{ges}$ für das Zweitor 2, das aus der Kettenschaltung von zwei Zweitoren 1 besteht.



$$Y = \begin{bmatrix} 2\,mS & 3\,mS \\ 1\,mS & 300\,\mu S \end{bmatrix}$$

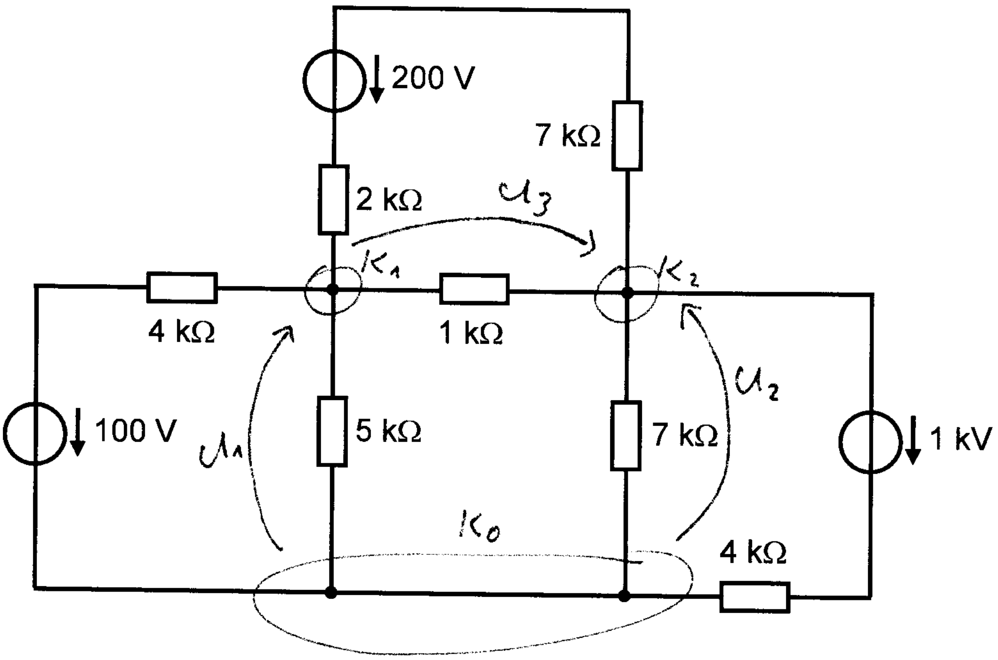
$$\hookrightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -1000\,\Omega \\ -2400\,S & -2 \end{bmatrix}$$

$$A_{ges} = A \cdot A = \begin{bmatrix} 2{,}4 \cdot 10^{6} & 1700\,\Omega \\ 4080\,S & 2{,}4 \cdot 10^{6} \end{bmatrix}$$

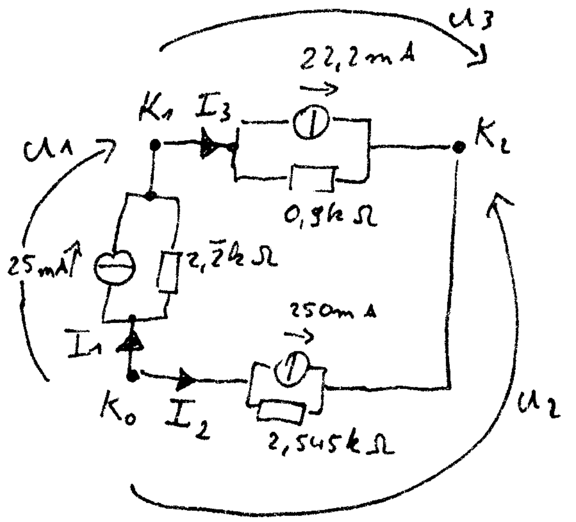
Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse (18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung. Es sollen die linear unabhängigen Zweig-, Knoten- und Maschengleichungen aufgestellt werden, die zur Bestimmung sämtlicher Zweigströme und Zweigspannungen notwendig sind.



(a) Beschriften Sie die Zweigströme und Zweigspannungen in der Schaltung. Stellen Sie die linear unabhängigen Zweiggleichungen auf.



$$I_1 = 25\,mA + \frac{U_1}{2{,}2\,k\Omega}$$

$$I_2 = 250\,mA + \frac{U_2}{2{,}545\,k\Omega}$$

$$I_3 = 22{,}2\,mA + \frac{U_3}{0{,}9\,k\Omega}$$

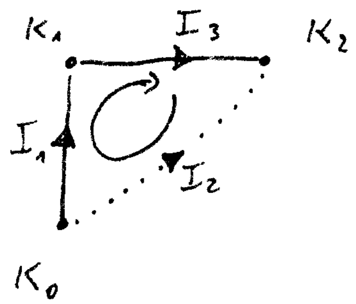
Name:	Vorname:

(b) Markieren Sie die Knoten in der Schaltung und stellen Sie die linear unabhängigen Knotengleichungen auf.

$K_1: \ I_1 = I_3$

$K_2: \ I_2 = -I_3$

(c) Zeichnen Sie den Graph der Schaltung inklusive der Pfeile für den Bezugssinn. Markieren Sie einen vollständigen Baum in dem Graph. Stellen Sie die linear unabhängigen Maschengleichungen auf und zeichnen Sie die dazugehörigen Maschenumläufe in den Graph ein.



$U_1 + U_3 - U_2 = 0$

(d) Geben Sie jeweils die Anzahl für Ihr resultierendes Gleichungssystem an.

Anzahl an unbekannten Zweigströmen und Zweigspannungen: 6

Anzahl an linear unabhängigen Zweiggleichungen aus (a): 3

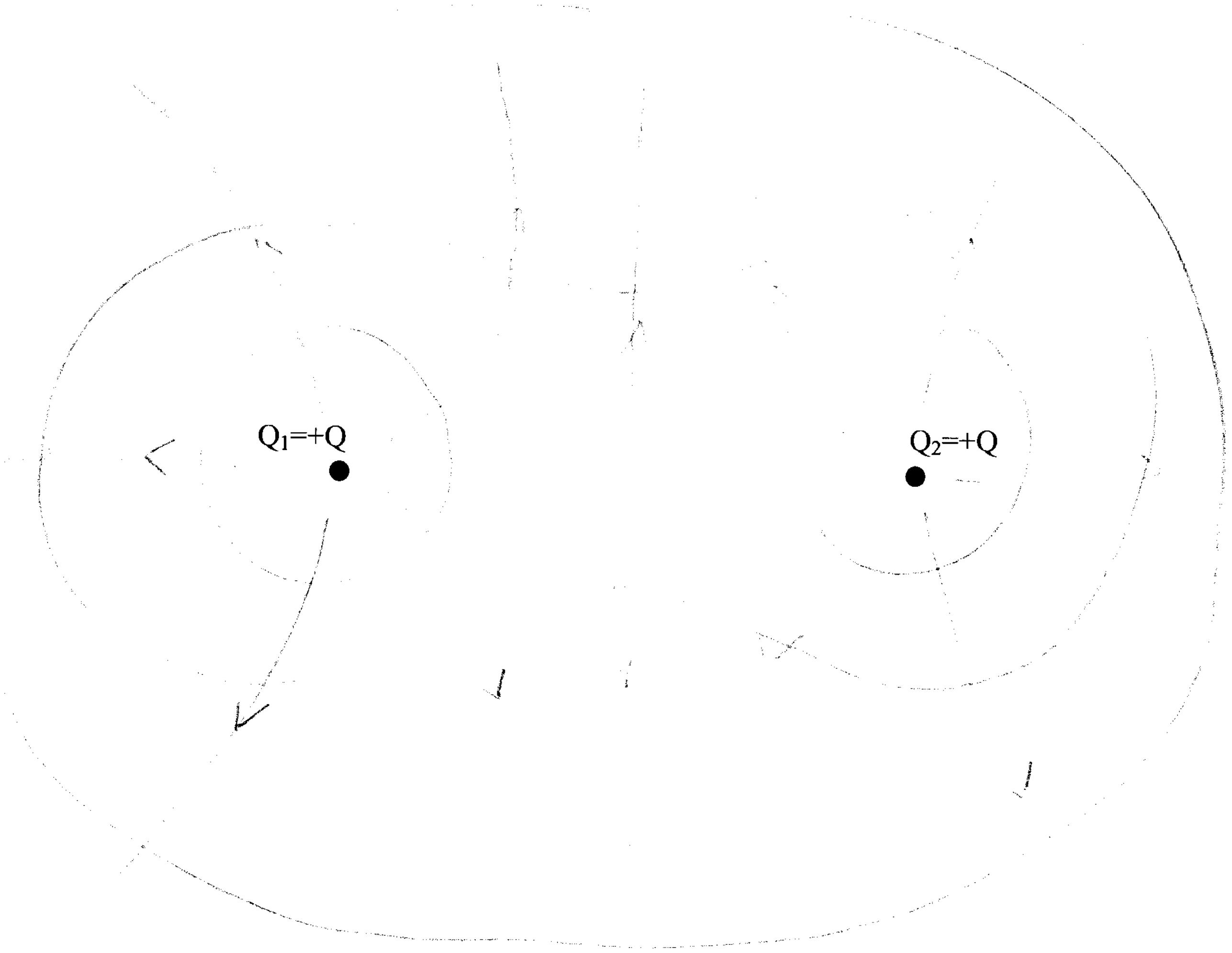
Anzahl an linear unabhängigen Knotengleichungen aus (b): 2

Anzahl an linear unabhängigen Maschengleichungen aus (c): 1

Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Elektrisches Feld (20 Punkte)

(a) Zwei Punktladungen $Q_1 = +Q$ und $Q_2 = +Q$ befinden sich im Vakuum ($\varepsilon = \varepsilon_0$). Zeichnen Sie qualitativ elektrische Feldlinien und Äquipotentiallinien in die Skizze unten ein.



Name:	Vorname:

(b) Berechnen Sie das gemeinsame Potential und das resultierende elektrische Feld der beiden Punktladungen Q_1 und Q_2 als eine Funktion der Ortskoordinaten für Q=1 nC. Der Abstand der Punktladungen betrage a = 8 mm. Geben Sie Ihr gewähltes Koordinatensystem an.

Potential (Ursprung in der [illegible])

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 \ldots}} - \frac{1}{\sqrt{\ldots a^2 \ldots}}\right) = \Phi \ldots$$

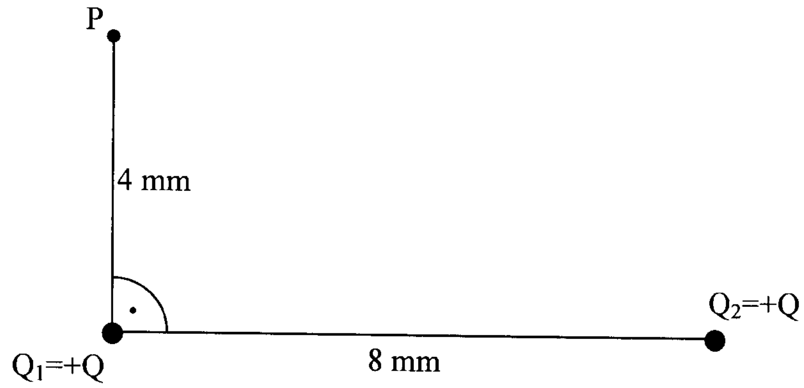
el. Feld

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\ldots\right) = E_x$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\ldots}{\sqrt{x^2 \ldots}^{\,3}} - \frac{\ldots}{\ldots^{3}}\right) y = E_y$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie den elektrischen Feldvektor an dem Punkt P, der einen Abstand von a/2 zu der Ladung Q_1 hat und in der Ebene senkrecht zu der Verbindungsgeraden von Q_1 und Q_2 liegt.



$$E_x(p) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left([illegible] \cdot (-a)\right) = -\frac{2Q}{5\sqrt{5}a^2\pi\varepsilon_0}$$

$$= -100483{,}88 \frac{V}{m}$$

$$E_y(p) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{(\frac{a}{2})^2}^3} + \frac{1}{\sqrt{a^2+(\frac{a}{2})^2}^3}\right)\cdot\frac{a}{2} = \frac{Q(5\sqrt{5}+1)}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 a^2} = 611[illegible],83 \frac{V}{m}$$

(d) Welche Kraft wirkt auf eine Punktladung Q_p = -Q/10 = -100 pC, die im Punkt P platziert wird?

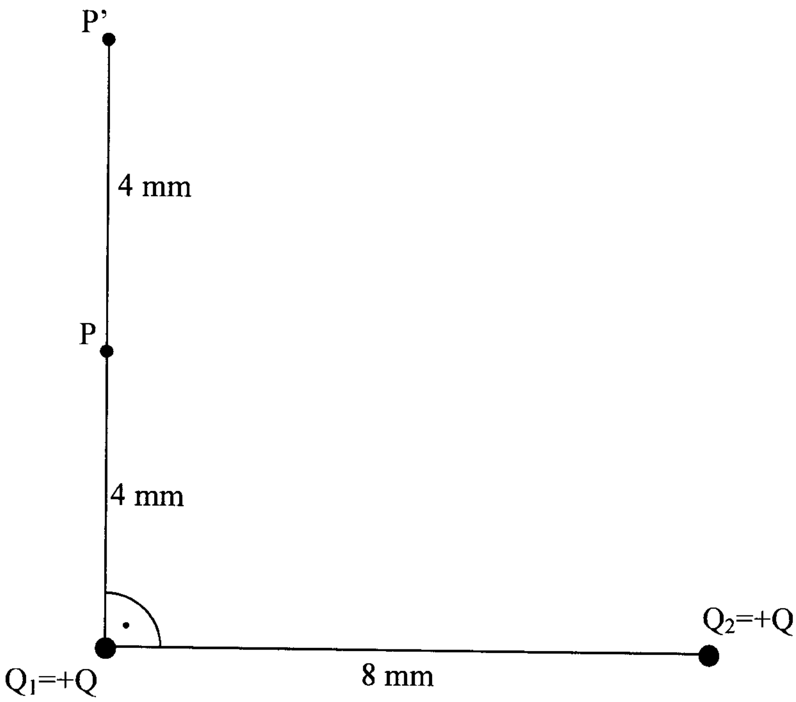
$$\vec{F}_{Q_p}(p) = \vec{E}(p) \cdot Q_p$$

$$F_{x,Q_p}(p) = \vec{E}_x(p) \cdot Q_p \approx 10{,}05\,nN$$

$$F_{y,Q_p}(p) = \vec{E}_y(p) \cdot Q_p \approx -61{,}2\,nN$$

Name:	Vorname:

(e) Welche Arbeit wird benötigt, um die Punktladung $Q_p = -Q/10$ vom Punkt P in den Punkt P' zu verschieben, der den doppelten Abstand zu Q_1 hat?



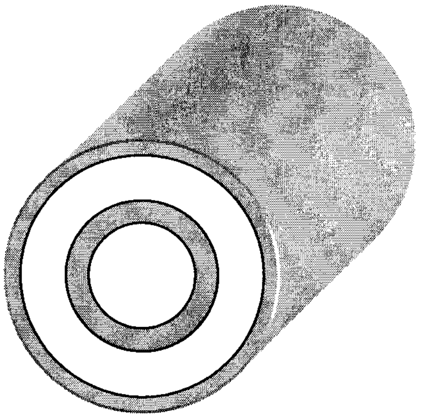
$$\phi(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{a}{2}^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + \frac{a}{2}^2}}\right) \approx 3251{,}73\ V$$

$$\phi(P') = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{a^2}} + \frac{1}{\sqrt{(a)^2 + a^2}}\right) \approx 1317{,}80\ V$$

$W = [\phi(P') - \phi(P)] \cdot Q_P \approx$ [illegible] $V \cdot$ [illegible] $pC \approx$ [illegible] nJ

Aufgabe 6: Magnetfeld eines Leiters (12 Punkte)

Ein Koaxialkabel bestehe aus zwei konzentrischen Metallröhren mit Luft als Dielektrikum (Abstandshalten können unberücksichtigt bleiben). Die Metallröhren werden in entgegengesetzten Richtungen von Gleichströmen I = 200 A durchflossen. Die innere Metallröhre habe einen Innendurchmesser von 14 mm und einen Außendurchmesser von 20 mm. Die äußere Metallröhre habe einen Innendurchmesser von 32 mm und einen Außendurchmesser von 36 mm.



(a) Bestimmen Sie den magnetischen Feldstärkevektor innerhalb und außerhalb des Koaxialkabels.

$$\oint_{\partial A} \vec{H}\, d\vec{r} = \iint_A \vec{J}\, d\vec{A}$$

Ansatz: $\vec{H} = H(r)\,\vec{e}_\varphi$ I im Innenleiter [illegible] gleichmäßig verteilt auf der Fläche [illegible]

$$\Rightarrow \vec{J}(r) = \begin{cases} 0 & 0 \le r \le r_1 \\ \dfrac{I}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}\,\vec{e}_z & r_1 \le r \le r_2 \\ 0 & r_2 \le r \le r_3 \\ -\dfrac{I}{\pi(r_4^2 - r_3^2)}\,\vec{e}_z & r_3 \le r \le r_4 \\ 0 & r_4 \le r \end{cases}$$

$0 \le r \le r_1$: $\underline{\underline{H(r) = 0}}$ wegen $\iint \vec{J}\, d\vec{A} = 0$

$r_1 \le r \le r_2$: $$\int_0^{2\pi}\int_{r_1}^{r} \frac{I}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}\, r\, dr\, d\varphi = 2\pi \frac{I}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \cdot \left[\tfrac{1}{2} r^2\right]_{r_1}^{r} = \frac{I}{(r_2^2 - r_1^2)}(r^2 - r_1^2) = \oint \vec{H}\, d\vec{r}$$

$$= \int_0^{2\pi} H(r)\,\vec{e}_\varphi \cdot r\, d\varphi\, \vec{e}_\varphi = H(r)\, 2\pi r$$

$$\underline{\underline{H(r) = \frac{I}{(r_2^2 - r_1^2)\, 2\pi r}(r^2 - r_1^2)}}$$

GET 1 SS14

Aufgabe 6 a

...

<u>$r_2 \leq r \leq r_3$:</u> $H(r) = \frac{I}{2\pi r}$ wegen $\int_0^{2\pi}\int_0^{r} \vec{J}\, r\, dr\, d\varphi = I$

<u>$r_3 \leq r \leq r_4$:</u> $\int_0^{2\pi}\int_0^{r} \vec{J}\, d\vec{A} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r_3} \vec{J}\, d\vec{A} + \int_0^{2\pi}\int_{r_3}^{r} \vec{J}\, d\vec{A}$

$$= I + \int_0^{2\pi}\int_{r_3}^{r} -\frac{I}{\pi(r_4^2 - r_3^2)}\, r\, dr\, d\varphi$$

$$= I - \frac{I}{\pi(r_4^2 - r_3^2)} \, 2\pi \left(\frac{1}{2} r^2 - \frac{1}{2} r_3^2\right)$$

$$= I - \frac{2\pi I (r^2 - r_3^2)}{2\pi (r_4^2 - r_3^2)}$$

$$= H(r)\, 2\pi r$$

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r} - \frac{I(r^2 - r_3^2)}{2\pi r (r_4^2 - r_3^2)}$$

<u>$r_4 \leq r$:</u> $H(r) = 0$ wegen $\iint \vec{J}\, d\vec{A} = 0$

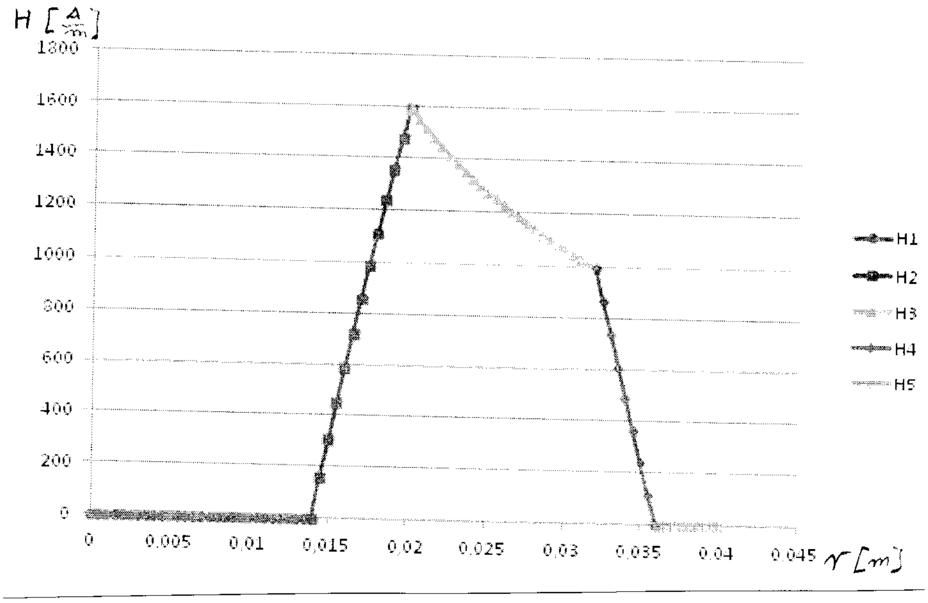
Name:	Vorname:

(b) In welchem Abstand zur Mittelachse des Koaxialkabels liegt die größte magnetische Feldstärke vor und wie groß ist diese?

$$H_{max} = \frac{I}{2\pi r}\Big|_{r=r_2}$$

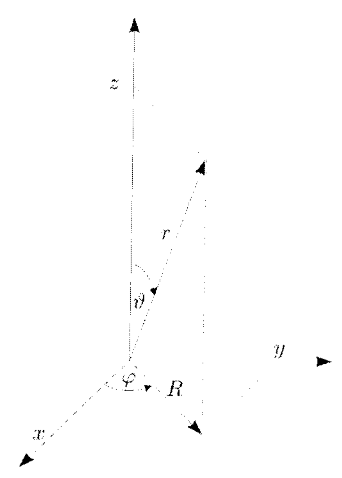
$$\Rightarrow H_{max} = 1591{,}55 \frac{A}{m}$$

(c) Zeichnen Sie den Betrag des magnetischen Feldstärkevektors als Funktion des Abstand zur Mittelachse des Koaxialkabels.



Der Zusammenhang zwischen kartesischen, Kreiszylinder- und Kugelkoordinaten

Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
x y z	$R\cos\varphi$ $R\sin\varphi$ z	$r\sin\vartheta\cos\varphi$ $r\sin\vartheta\sin\varphi$ $r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2}$ $\arctan\frac{y}{x}$ z	R φ z	$r\sin\vartheta$ φ $r\cos\vartheta$
$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ $\arctan\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}$ $\arctan\frac{y}{x}$	$\sqrt{R^2+z^2}$ $\arctan\frac{R}{z}$ φ	r ϑ φ



Linien-, Flächen- und Volumenelemente in den verschiedenen Koordinatensystemen

	Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
$d\vec{s}$	$\vec{e}_x\,dx + \vec{e}_y\,dy + \vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_R\,dR + \vec{e}_\varphi\,R d\varphi + \vec{e}_z\,dz$	$\vec{e}_r\,dr + \vec{e}_\vartheta\,r d\vartheta + \vec{e}_\varphi\,r\sin\vartheta\,d\varphi$
$d\vec{f}$	$\vec{e}_x\,df_x + \vec{e}_y\,df_y + \vec{e}_z\,df_z$ $df_x = dy\,dz$ $df_y = dx\,dz$ $df_z = dx\,dy$	$\vec{e}_R\,df_R + \vec{e}_\varphi\,df_\varphi + \vec{e}_z\,df_z$ $df_R = R\,d\varphi\,dz$ $df_\varphi = dR\,dz$ $df_z = R\,dR\,d\varphi$	$\vec{e}_r\,df_r + \vec{e}_\vartheta\,df_\vartheta + \vec{e}_\varphi\,df_\varphi$ $df_r = r^2\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi$ $df_\vartheta = r\sin\vartheta\,dr\,d\varphi$ $df_\varphi = r\,dr\,d\vartheta$
dv	$dx\,dy\,dz$	$R\,dR\,d\varphi\,dz$	$r^2\sin\vartheta\,dr\,d\vartheta\,d\varphi$
grad Φ	$\vec{e}_x\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \vec{e}_y\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \vec{e}_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_R\frac{\partial\Phi}{\partial R} + \vec{e}_\varphi\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} + \vec{e}_z\frac{\partial\Phi}{\partial z}$	$\vec{e}_r\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \vec{e}_\vartheta\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} + \vec{e}_\varphi\frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}$