C | A | U Christian-Albrechts-Universität zu Kiel | Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Grundgebiete der Elektrotechnik I**
Datum	**28.02.2017**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr. Martina Gerken**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	
Vorleistung **vor** WS 16/17 '	☐ Nein

Erklärung der/des

Hiermit bestätige ich, ... lass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntn... nt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorlä... e. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich mein... er Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraun... gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danac...

Musterlösung

Korrektur

Aufgabe			3	4	5	6	Σ
Punkte	10	18	22	18	20	12	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Einsicht / Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen *die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.*

Kiel, den ____________ Unterschrift: ____________

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Konzepte (10 Punkte)

Erläutern Sie die folgenden Begriffe der Elektrotechnik in ganzen Sätzen. In der Erläuterung dürfen keine Formeln oder Formelzeichen auftauchen!

(a) Ladungsträgerdriftgeschwindigkeit

Die Ladungsträgerdriftgeschwindigkeit ist die mittlere Geschwindigkeit von Ladungsträgern aufgrund eines elektrischen Feldes

(b) Knoten

Knoten sind Punkte gleichen Potentials.
In einem Netzwerk sind dies idealleitende Verbindungen.

(c) Dielektrikum

Ein Dielektrikum ist ein Material, das schwach oder nicht-leitend ist. Ladungsträger sind in diesem allg. nicht frei beweglich.

(d) Lineares Netzwerk

Ein Lineares Netzwerk ist ein Netzwerk dessen Bauteile sich durch lineare Strom-Spannungskennlinien beschreiben lassen.

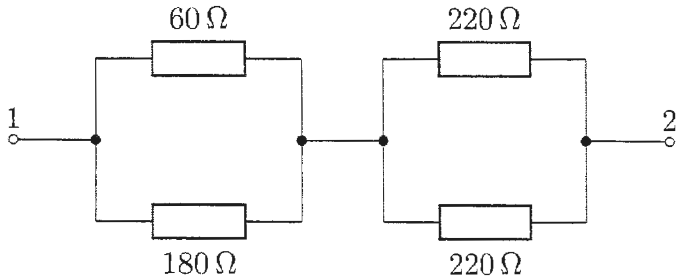
(e) Inhomogenes Feld

Ein inhomogenes Feld, ist ein Feld in dem mindestens eine Feldgröße eine Ortsabhängigkeit aufweist.

Name:	Vorname:

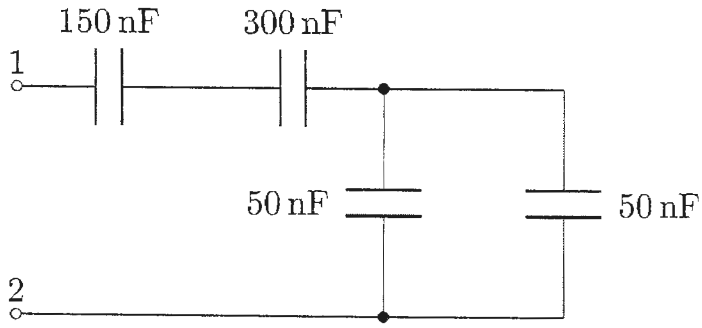
Aufgabe 2: Ersatzzweipole (18 Punkte)

(a) Berechnen Sie den Ersatzwiderstand für die folgende Schaltung.



$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{60\,\Omega} + \frac{1}{180\,\Omega}} + \frac{1}{\frac{1}{220\,\Omega} + \frac{1}{220\,\Omega}} = \underline{\underline{155\,\Omega}}$$

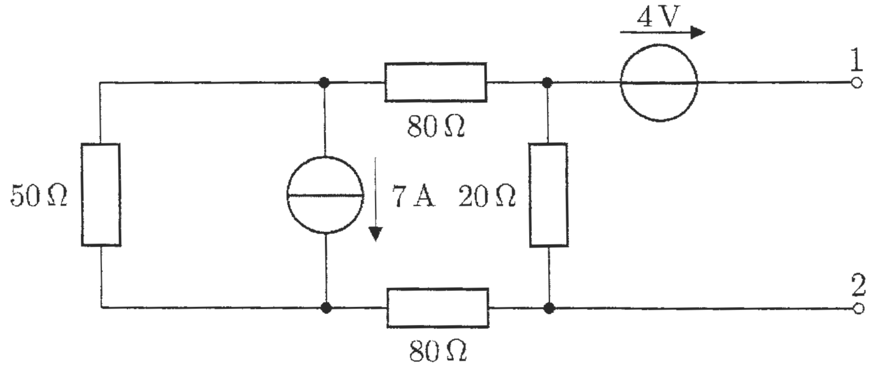
(b) Berechnen Sie die Ersatzkapazität für die folgende Schaltung.



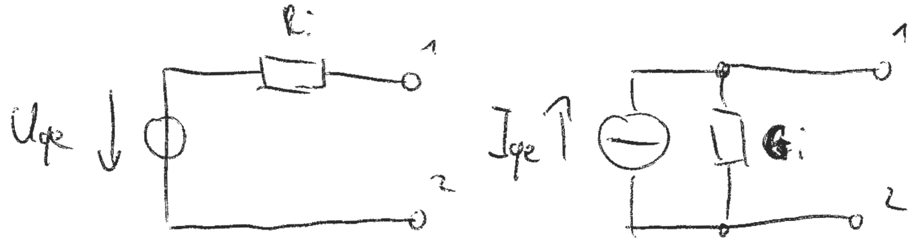
$$C_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{150\,\mu F} + \frac{1}{300\,\mu F} + \frac{1}{50\,\mu F + 50\,\mu F}} = \underline{\underline{50\,\mu F}}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung.



Zeichnungen



$$R_i = \frac{1}{\frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{80\Omega + 50\Omega + 80\Omega}} = \underline{\underline{18{,}26\,\Omega}}$$

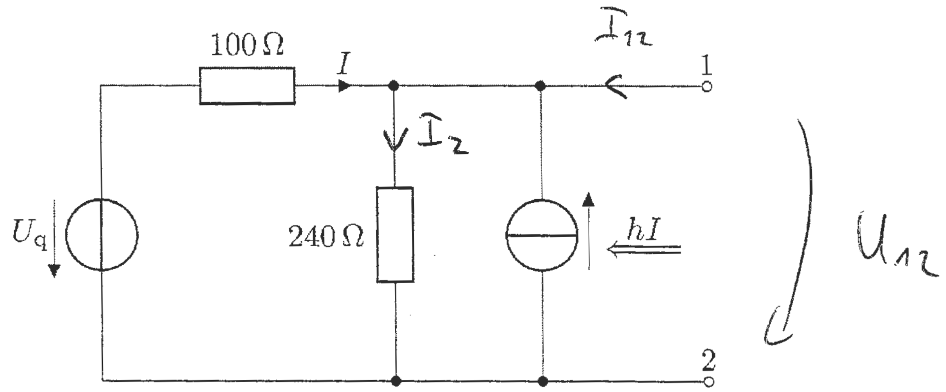
$$I_{qe} = \frac{-4V}{R_i} - 7A \cdot \frac{\frac{1}{80\Omega + 80\Omega}}{\frac{1}{80\Omega + 80\Omega} + \frac{1}{50\Omega}} = \underline{\underline{-1{,}8857\,A}}$$

$$G_i = \frac{1}{R_i} = \underline{\underline{54{,}76\,mS}}$$

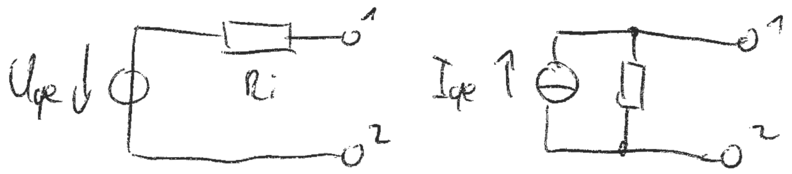
$$U_{qe} = I_{qe} \cdot R_i = \underline{\underline{-34{,}43\,V}}$$

Name:	Vorname:

(d) Berechnen und zeichnen Sie die Ersatzspannungsquelle und die Ersatzstromquelle für die folgende Schaltung, der Verstärkungsfaktor betrage $h = 1{,}5$.



Zeichnungen



$$R_i = \left.\frac{U_{12}}{I_{12}}\right|_{U_q=0} = \frac{U_{12}}{I_2 - I - h\cdot I} = \frac{U_{12}}{\frac{U_{12}}{240\,\Omega} + \frac{U_{12}}{100\,\Omega} + h\cdot\frac{U_{12}}{100\,\Omega}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{240\,\Omega} + \frac{2{,}5}{100\,\Omega}} = \underline{\underline{34{,}28\,\Omega}}$$

$$I_{qe} = I_k = h\cdot I + I - \overset{0}{\cancel{I_2}} = 2{,}5\cdot\frac{U_q}{100\,\Omega} = \underline{\underline{\frac{U_q}{40\,\Omega}}}$$

$$U_0 = U_{qe} = 2{,}5\,I\cdot 240\,\Omega = 2{,}5\cdot 240\,\Omega\cdot\frac{U_q/100\,\Omega}{1 + 240\,\Omega\cdot 2{,}5/100\,\Omega}$$

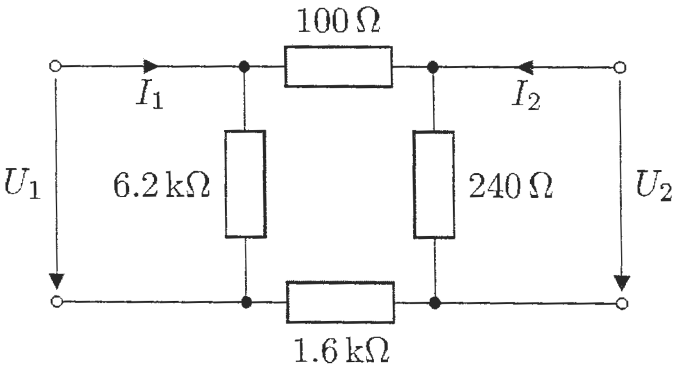
$$= \underline{\underline{0{,}857\cdot U_q}}$$

$$U_{qe} = I_{qe}\cdot R_i = \underline{\underline{0{,}857\cdot U_q}}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Zweitore (22 Punkte)

Gegeben sei das folgende Zweitor 1.



$$A = \begin{pmatrix} 8{,}083 & 1{,}7\,k\Omega \\ 5{,}47\,mS & 1{,}274 \end{pmatrix}$$

(a) Berechnen Sie die Kettenmatrix A für das Zweitor 1. Eine Tabelle zur Umwandlung von Zweitorparametern ist auf der nächsten Seite gegeben.

$$A_{11}\Big|_{I_2=0} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_1}\cdot\frac{1{,}6\,k\Omega + 100\,\Omega + 240\,\Omega}{240\,\Omega} = \underline{\underline{8{,}083}}$$

$$A_{12}\Big|_{U_2=0} = -\frac{U_1}{I_2} = \frac{U_1}{\frac{U_1}{1{,}6\,k\Omega + 100\,\Omega}} = \underline{\underline{1{,}7\,k\Omega}}$$

$$A_{21}\Big|_{I_2=0} = \frac{I_1}{U_2} = \frac{I_1}{240\,\Omega\cdot I_1\cdot\frac{\frac{1}{\frac{1}{6{,}2\,k\Omega}+\frac{1}{1{,}94\,k\Omega}}}{1{,}94\,k\Omega}} = \underline{\underline{5{,}47\,mS}}$$

$$A_{22}\Big|_{U_2=0} = -\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_1}{I_1\cdot\frac{\frac{1}{1{,}7\,k\Omega}}{\frac{1}{1{,}7\,k\Omega}+\frac{1}{6{,}2\,k\Omega}}} = \underline{\underline{1{,}274}}$$

Name:	Vorname:

alternativ über Z:

$$Z_{11}\Big|_{I_2=0} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{\frac{1}{6{,}2\,k\Omega} + \frac{1}{1{,}94\,k\Omega}} = \underline{\underline{1{,}478\,k\Omega}}$$

$$Z_{12}\Big|_{I_1=0} = \frac{U_1}{I_2} = \frac{6{,}2\,k\Omega \cdot I_2 \cdot \frac{\frac{1}{7{,}94\,k\Omega}}{\frac{1}{7{,}94\,k\Omega} + \frac{1}{240\,\Omega}}}{I_2} = \underline{\underline{182{,}9\,\Omega}}$$

$$Z_{21}\Big|_{I_2=0} = \frac{U_2}{I_1} = \frac{240\,\Omega \cdot I_1 \cdot \frac{\frac{1}{1{,}94\,k\Omega}}{\frac{1}{1{,}94\,k\Omega} + \frac{1}{6{,}2\,k\Omega}}}{I_1} = \underline{\underline{182{,}8\,\Omega}}$$

$$Z_{22}\Big|_{I_1=0} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{1}{\frac{1}{240\,\Omega} + \frac{1}{7{,}94\,k\Omega}} = \underline{\underline{232{,}92\,\Omega}}$$

$$\det Z = Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21} = 310821{,}64\,\Omega^2$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\det Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 8{,}085 & 1{,}7\,k\Omega \\ 5{,}47\,mS & 1{,}274 \end{pmatrix}}}$$

	Z	**Y**	**A**	**H**	**K**
Z	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\det \mathbf{Y}} & -\frac{Y_{12}}{\det \mathbf{Y}} \\ -\frac{Y_{21}}{\det \mathbf{Y}} & \frac{Y_{11}}{\det \mathbf{Y}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{11}}{A_{21}} & \frac{\det \mathbf{A}}{A_{21}} \\ \frac{1}{A_{21}} & \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det \mathbf{H}}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ -\frac{H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{11}} & -\frac{K_{12}}{K_{11}} \\ \frac{K_{21}}{K_{11}} & \frac{\det \mathbf{K}}{K_{11}} \end{matrix}$
Y	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\det \mathbf{Z}} & -\frac{Z_{12}}{\det \mathbf{Z}} \\ -\frac{Z_{21}}{\det \mathbf{Z}} & \frac{Z_{11}}{\det \mathbf{Z}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{22}}{A_{12}} & -\frac{\det \mathbf{A}}{A_{12}} \\ -\frac{1}{A_{12}} & \frac{A_{11}}{A_{12}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & -\frac{H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{\det \mathbf{H}}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det \mathbf{K}}{K_{22}} & \frac{K_{12}}{K_{22}} \\ -\frac{K_{21}}{K_{22}} & \frac{1}{K_{22}} \end{matrix}$
A	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\det \mathbf{Z}}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & -\frac{1}{Y_{21}} \\ -\frac{\det \mathbf{Y}}{Y_{21}} & -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{\det \mathbf{H}}{H_{21}} & -\frac{H_{11}}{H_{21}} \\ -\frac{H_{22}}{H_{21}} & -\frac{1}{H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{K_{21}} & \frac{K_{22}}{K_{21}} \\ \frac{K_{11}}{K_{21}} & \frac{\det \mathbf{K}}{K_{21}} \end{matrix}$
H	$\begin{matrix} \frac{\det \mathbf{Z}}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & -\frac{Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\det \mathbf{Y}}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{12}}{A_{22}} & \frac{\det \mathbf{A}}{A_{22}} \\ -\frac{1}{A_{22}} & \frac{A_{21}}{A_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{K_{22}}{\det \mathbf{K}} & -\frac{K_{12}}{\det \mathbf{K}} \\ -\frac{K_{21}}{\det \mathbf{K}} & \frac{K_{11}}{\det \mathbf{K}} \end{matrix}$
K	$\begin{matrix} \frac{1}{Z_{11}} & -\frac{Z_{12}}{Z_{11}} \\ \frac{Z_{21}}{Z_{11}} & \frac{\det \mathbf{Z}}{Z_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\det \mathbf{Y}}{Y_{22}} & \frac{Y_{12}}{Y_{22}} \\ -\frac{Y_{21}}{Y_{22}} & \frac{1}{Y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{21}}{A_{11}} & -\frac{\det \mathbf{A}}{A_{11}} \\ \frac{1}{A_{11}} & \frac{A_{12}}{A_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{H_{22}}{\det \mathbf{H}} & -\frac{H_{12}}{\det \mathbf{H}} \\ -\frac{H_{21}}{\det \mathbf{H}} & \frac{H_{11}}{\det \mathbf{H}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{matrix}$

Name:	Vorname:

(b) Ein Zweitor 2 werde messtechnisch charakterisiert. Bei Kurzschluss von Tor 2 werden an Tor 1 eine Spannung von 2 V und ein Strom von 400 mA und an Tor 2 ein Strom von -100 mA gemessen. Weiterhin zeigt eine Messung, dass das Zweitor 2 symmetrisch ist. Berechnen Sie die Kettenmatrix ***A*** für das Zweitor 2.

Y- Parameter wählen?

Kurzschluss Tor 2: $U_2 = 0$, $U_1 = 2V$, $I_1 = 400mA$, $I_2 = -100mA$

$$Y_{11}\Big|_{U_2=0} = Y_{22} = \frac{I_1}{U_1} = \frac{0{,}4}{2}\,\frac{A}{V} = \underline{\underline{0{,}2\,S}}$$

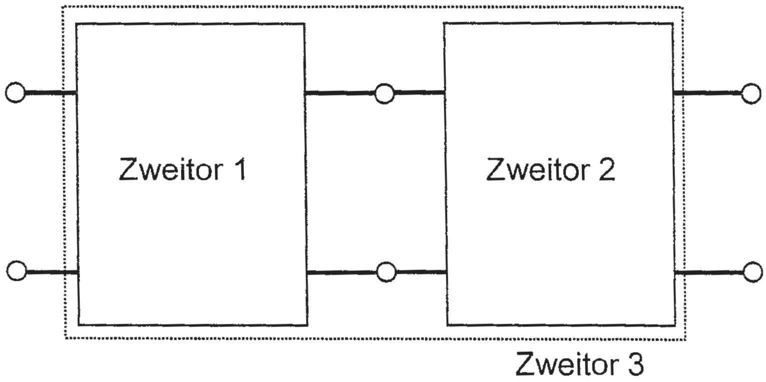
$$Y_{21}\Big|_{U_2=0} = Y_{12} = \frac{I_2}{U_1} = \underline{\underline{-50\,mS}}$$

$$\det Y = Y_{11}\cdot Y_{22} - Y_{21}\cdot Y_{12} = Y_{11}^2 - Y_{21}^2 = \underline{\underline{0{,}0375\,S^2}}$$

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{Y_{22}}{Y_{12}} & -\frac{1}{Y_{21}} \\ -\frac{\det Y}{Y_{21}} & -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 4 & 20\,\Omega \\ 0{,}75\,S & 4 \end{pmatrix}}}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie die Kettenmatrix $\boldsymbol{A}_{\mathrm{ges}}$ für das Zweitor 3, das aus der Kettenschaltung der Zweitore 1 und 2 besteht.



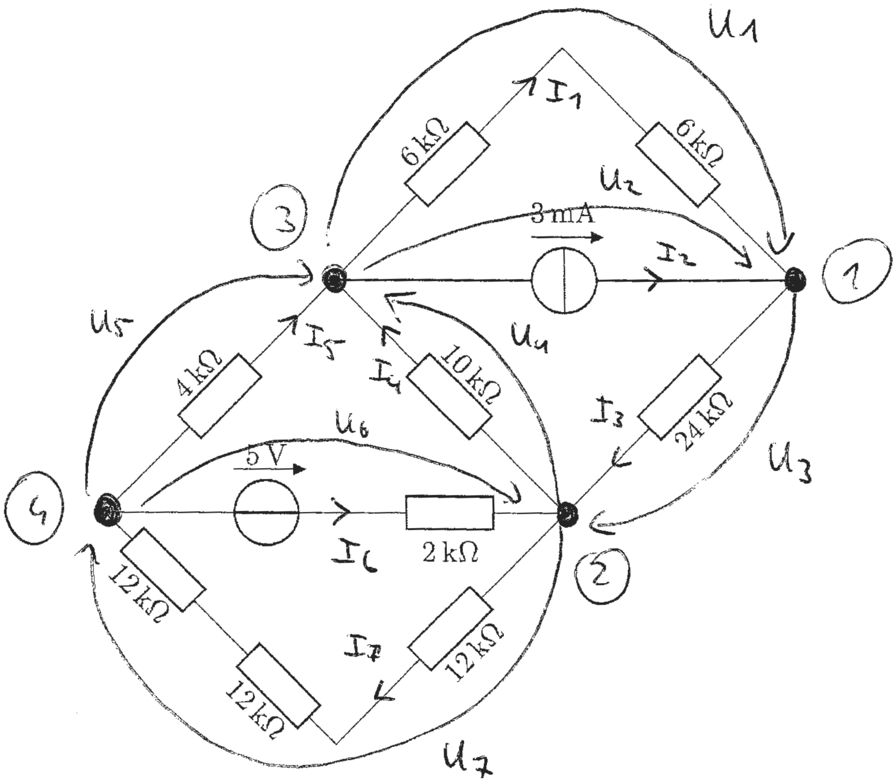
$$A_{ges} = A_1 \cdot A_2 = \begin{pmatrix} 8{,}083 & 1{,}7\,k\Omega \\ 5{,}47\,mS & 1{,}274 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 20\,\Omega \\ 0{,}75\,S & 4 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A_{ges} = \begin{pmatrix} 1307{,}332 & 6{,}962\,k\Omega \\ 0{,}977\,S & 5{,}205 \end{pmatrix}}}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Netzwerkanalyse (18 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung, die in den folgenden Aufgabenteilen systematisch analysiert werden soll. Verwenden Sie in der ganzen Aufgabe eine sinnvolle und einheitliche Notation! Die von Ihnen aufgestellten Gleichungen müssen am Ende in sich konsistent sein dazu geeignet, das Netzwerk eindeutig zu lösen.



(a) (a) Nummerieren Sie alle Zweige und beschriften Sie die Zweigströme und Zweigspannungen in der Schaltung. Stellen Sie die linear unabhängigen Zweiggleichungen auf.

$U_1 = I_1 \cdot \cancel{10}\,12\,k\Omega$

$I_2 = 3\,mA$ 　　　 7 ~~8~~ Gleichungen!

$U_3 = I_3 \cdot 24\,k\Omega$

$U_4 = I_4 \cdot 10\,k\Omega$

$U_5 = I_5 \cdot 4\,k\Omega$

$U_6 = 5V + I_6 \cdot 2\,k\Omega$

$U_7 = I_7 \cdot 36\,k\Omega$

$\cancel{(U_7 = I_7 \cdot 36\,k\Omega)}$

Name:	Vorname:

(b) Markieren und beschriften Sie alle Knoten in der Schaltung und stellen Sie ein maximales System linear unabhängigen Knotengleichungen auf.

1 : $0 = I_1 + I_2 - I_3$

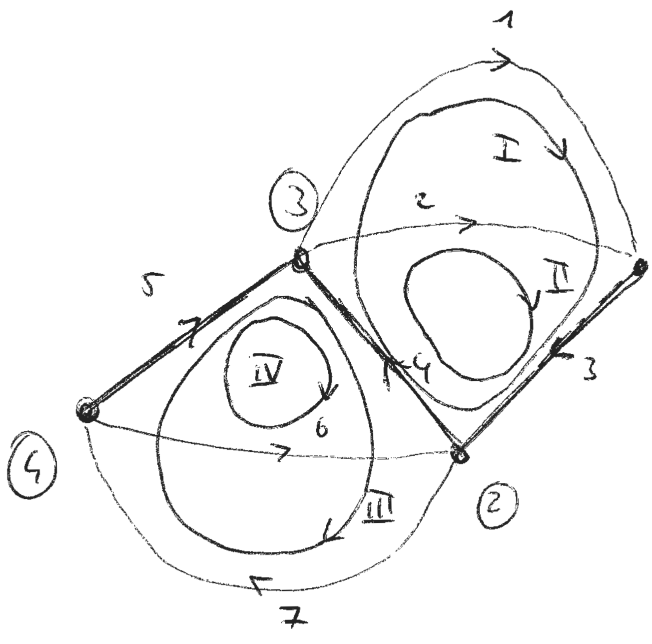
2 : $0 = I_3 - I_1 + I_6 - I_7$

3 : $0 = -I_1 - I_2 + I_4 + I_5$

3 Gleichungen?

(4 : $0 = -I_5 - I_6 + I_7$)

(c) Zeichnen Sie den Graphen der Schaltung inklusive Ihrer Zweignummerierung und der Pfeile für den Bezugssinn. Markiere Sie einen vollständigen Baum in dem Graphen. Zeichnen Sie die sich daraus ergebenden linear unabhängigen Maschen in den Graphen ein und stellen Sie die dazugehörigen linear unabhängigen Maschengleichungen auf.



I: $0 = U_1 + U_3 + U_4$

II: $0 = U_2 + U_3 + U_4$

III: $0 = -U_4 + U_5 + U_7$

IV: $0 = -U_4 + U_5 - U_6$

4 Maschengleichungen

(d) Geben Sie jeweils die Anzahl für Ihr resultierendes Gleichungssystem an.

Anzahl an unbekannten Zweigströmen und Zweigspannungen: 14

Anzahl an linear unabhängigen Zweiggleichungen aus (a): 7

Anzahl an linear unabhängigen Knotengleichungen aus (b): 3

Anzahl an linear unabhängigen Maschengleichungen aus (c): 4

Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Kraft und Arbeit im elektrostatischen Feld (20 Punkte)

Zwei Punktladungen $Q_1 = +Q = 1\ \mathrm{nC}$ und $Q_2 = +2Q = 2\ \mathrm{nC}$ befinden sich an den (x, y, z)-Koordinaten $(0, a, -2a)$ und $(0{,}3a, 0)$ mit $a = 5\ \mu\mathrm{m}$. Eine dritte Punktladung $Q_3 = -Q = -1\ \mathrm{nC}$ befinde sich im Ursprung $(0{,}0{,}0)$. Die Anordnung befinde sich im Vakuum ($\varepsilon = \varepsilon_0$).

(a) Welche Kraft wird auf die Punktladung Q_3 ausgeübt? Geben Sie den Kraftvektor an.

$\vec{F}_3 = Q_3 \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$ an Position $(0,0,0)$

$$\vec{E}_1\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} = \vec{e}_r \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 5a^2} \cdot \frac{-\vec{e}_y + 2a\vec{e}_z}{\sqrt{5a^2}}$$

$$\vec{E}_2\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} = \vec{e}_r \cdot \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 9a^2} \cdot \vec{e}_y$$

$$\vec{F}_3 = \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(-\frac{Q_2}{9}\vec{e}_y + \frac{Q_1}{5\cdot\sqrt{5}}\left(-\vec{e}_y + 2\vec{e}_z\right)\right) = 112{,}04\,N\vec{e}_y - 64{,}31\,N\vec{e}_z$$

(b) Geben Sie die Feldstärke des elektrischen Feldes im Ursprung an.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_3}{Q_3} = -1{,}1204 \cdot 10^{11} \cdot \frac{V}{m}\vec{e}_y + 6{,}431 \cdot 10^{10}\frac{V}{m}\vec{e}_z$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie das gemeinsame Potential der beiden Punktladungen Q_1 und Q_2 als Funktion von x, y, z im ganzen Raum.

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+(y-a)^2+(z+2a)^2}}$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+(y-3a)^2+z^2}}$$

$$\varphi_{ges} = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{\sqrt{x^2+(y-a)^2+(z+2a)^2}} + \frac{Q_2}{\sqrt{x^2+(y-3a)^2+z^2}}\right)$$

(d) Berechnen Sie aus dem elektrischen Potential das elektrische Feld der Punktladungen Q_1 und Q_2.

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi_{ges}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-x\vec{e}_x-(y-a)e_y-(z+2a)e_z}{\sqrt{x^2+(y-a)^2+(z+2a)^2}^{\,3}}\cdot Q_1 + \frac{-x\vec{e}_x-(y-3a)\vec{e}_y-z\vec{e}_z}{\sqrt{x^2+(y-3a)^2+z^2}^{\,3}}\cdot Q_2\right)$$

Name:	Vorname:

(e) Welche Arbeit wird benötigt, um die Punktladung Q_3 vom Ursprung zu der Koordinate $(10\,\mu\mathrm{m}, 10\,\mu\mathrm{m}, 0)$ zu bewegen?

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int Q_3 \cdot \vec{E}\, d\vec{s}$$

$$= \int_0^{10\mu m} Q_3 \cdot \vec{E}\vec{e}_x\, dx \Big|_{y=0} + \int_0^{10\mu m} Q_3 \cdot \vec{E}\vec{e}_y\, dy \Big|_{x=10\mu m} \Big|_{z=0}$$

$$= \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q_1}{3\sqrt{x^2+3a^2}} + \frac{Q_2}{3\sqrt{x^2+9a^2}}\right]_0^{10\mu m}$$

$$+ \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q_1}{3\sqrt{(10\mu m)^2+(y-a)^2}} + \frac{Q_2}{3\sqrt{(10\mu m)^2+(y-3a)^2}}\right]_0^{10\mu m}$$

$$= \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0}\Bigg[Q_1\left(\frac{1}{3\sqrt{(10\mu m)^2+3(5\mu m)^2}} - \frac{1}{3\sqrt{3\cdot(5\mu m)^2}}\right.$$

$$\left. + \frac{1}{3\sqrt{(10\mu m)^2+(10\mu m-5\mu m)^2}} - \frac{1}{3\sqrt{(10\mu m)^2+(5\mu m)^2}}\right)$$

$$+ Q_2\left(\frac{1}{3\sqrt{(10\mu m)^2+9(\cancel{10}\,5\mu m)^2}} - \frac{1}{3\sqrt{9\cdot(5\mu m)^2}}\right.$$

$$+ \frac{1}{3\sqrt{(10\mu m)^2+(10\mu m-3\cdot 5\mu m)^2}} \cancel{- \frac{1}{3\sqrt{9(5\mu m)^2}}}$$

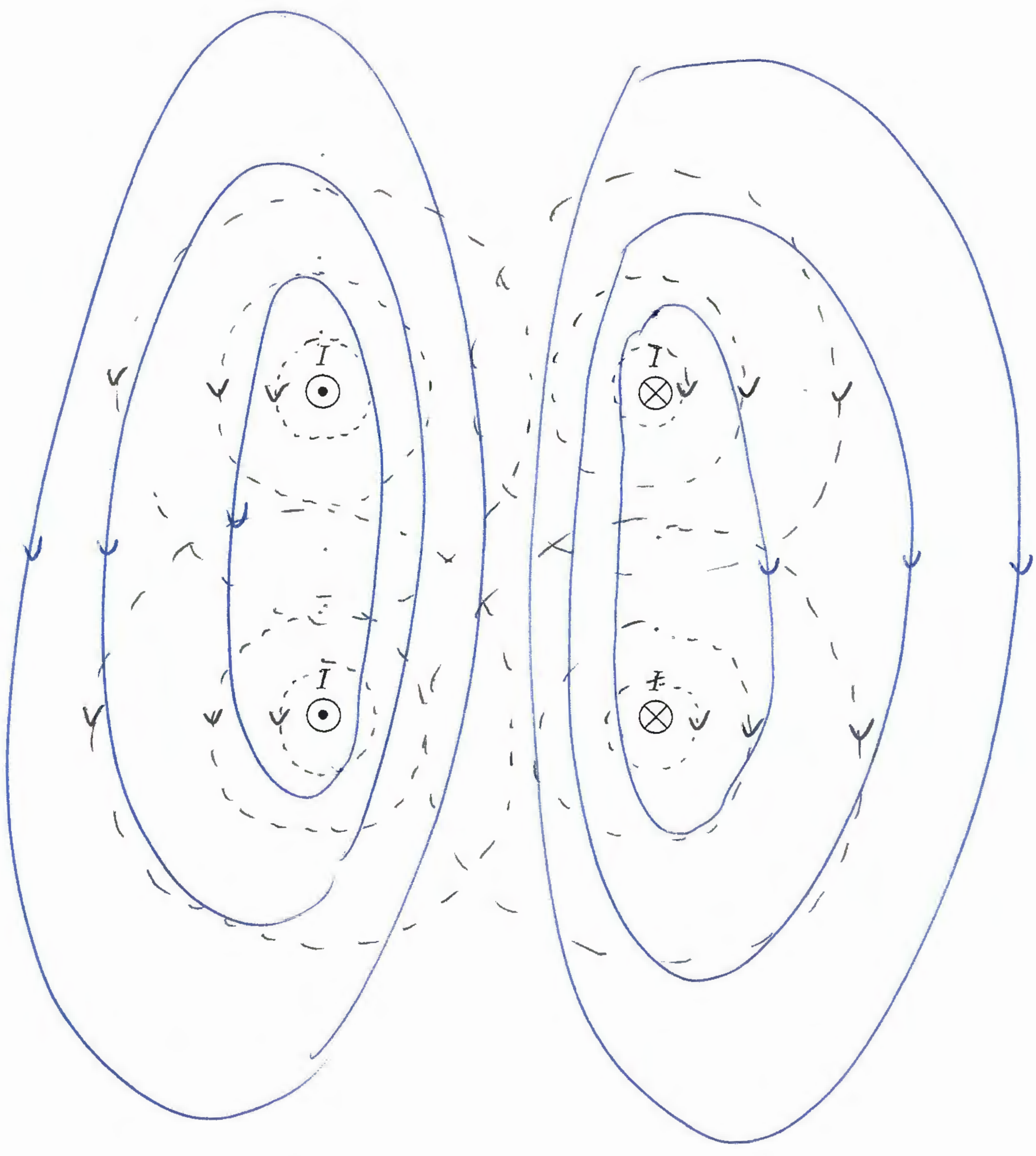
$$\left. - \frac{1}{3\sqrt{(10\mu m)^2+9\cdot(5\mu m)^2}}\right)\Bigg]$$

$$= -614{,}18\,\mu J$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Magnetfeld (12 Punkte)

(a) Betrachtet werden vier lange, gerade parallel verlaufende Linienleiter in Luft, die alle denselben Strom führen. Skizzieren Sie die magnetischen Feldlinienbilder der einzelnen Leiter sowie das magnetische Gesamtfeldlinienbild in die gegebene Skizze (Draufsicht). Ein geringerer Abstand der Feldlinien soll einer höheren Feldstärke entsprechen. Zeichnen Sie pro Einzelfeldlinienbild mindestens drei Feldlinien und für das Gesamtfeldlinienbild mindestens sechs Feldlinien. Wählen Sie verschiedene Farben oder Linienarten für die Unterscheidung der überlagerten Feldlinienbilder.



Name:	Vorname:

(b) Betrachtet werden wieder vier lange, gerade parallel verlaufende Linienleiter in Luft, die alle denselben Strom führen. Skizzieren Sie das magnetische Gesamtfeldlinienbild in die gegebene Skizze (Draufsicht). Ein geringerer Abstand der Feldlinien soll einer höheren Feldstärke entsprechen. Zeichnen Sie mindestens sechs Feldlinien.