C	A	U	Christian-Albrechts-Universität zu Kiel	Technische Fakultät

Deckblatt zu einer Klausur am Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Modulprüfung	
Modulname	**Grundgebiete der Elektrotechnik II**
Datum	**22.02.2016**
Prüfpersonen	
1. Prüfperson	**Prof. Dr. Martina Gerken**
ggf. 2. Prüfperson	
Kandidat/in	
Matrikelnummer	
Name, Vorname	Musterlösung
Vorleistung **vor** SS 2015 berücksichtigen?	☐ Ja ☐ Nein

Erklärung der/des Kandidatin/Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ____________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	13	14	17	24	18	14	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Einsicht / Rückgabe

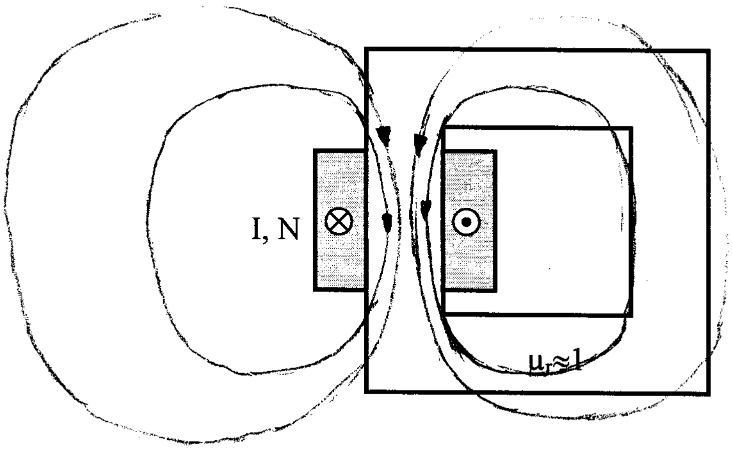
Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Note einverstanden bin. Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________________ Unterschrift: ____________________

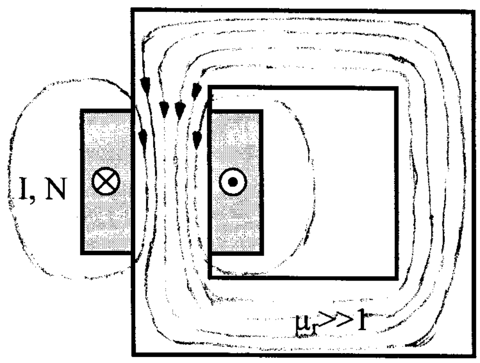
Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Magnetischer Kreis (13 Punkte)

(a) Ein Schenkel eines quadratischen Holzkerns ($\mu_r \approx 1$) sei mit einer Spule mit N Windungen umwickelt, die von einem Strom $I > 0$ durchflossen wird. Der Bereich der Spule ist in der Skizze unten grau eingezeichnet. Zeichnen Sie qualitativ die Feldlinien der magnetischen Flussdichte in die Skizze ein.



(b) Ein Schenkel eines quadratischen Eisenkerns ($\mu_r >> 1$) sei mit einer Spule mit N Windungen umwickelt, die von einem Strom $I > 0$ durchflossen wird. Der Bereich der Spule ist in der Skizze unten grau eingezeichnet. Zeichnen Sie qualitativ die Feldlinien der magnetischen Flussdichte in die Skizze ein.



Name:	Vorname:

(c) Der quadratische Eisenkern aus Aufgabenteil (b) sei aus Grauguss (Magnetisierungskurve c unten) hergestellt. Die mittleren Schenkellängen betragen jeweils 5 cm und die Schenkelquerschnittsflächen 9 mm^2. Die Spule habe $N = 200$ Windungen und werde von dem Strom $I = 2$ A durchflossen. Wie groß sind die magnetische Flussdichte und der magnetische Fluss im Eisenkern? Wie groß ist die Selbstinduktivität der Spule mit quadratischem Eisenkern? Die Streuung soll unberücksichtigt bleiben und es darf mit mittleren Weglängen gerechnet werden.

$NI = H_{Fe} l_{Fe}$ $\qquad l_{Fe} = 4 \cdot 5 \text{ cm}$

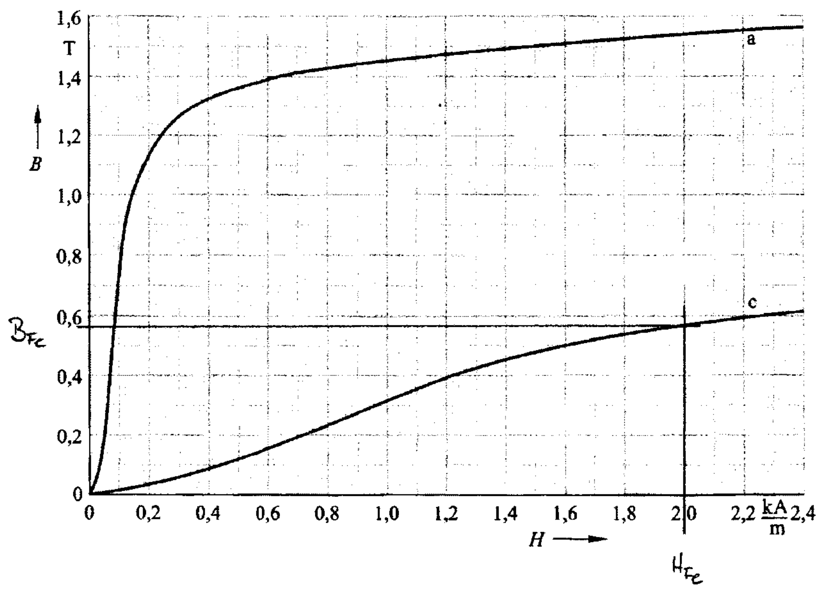
$\rightarrow H_{Fe} = \frac{NI}{l_{Fe}} = 2 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$

$B_{Fe} = 0{,}575 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$ aus Kennlinie abgelesen

$L = \frac{N \Phi_{Fe}}{I}$ $\qquad \Phi_{Fe} = B_{Fe} A_{Fe} = 0{,}575 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 9 \text{ mm}^2$

$= 517{,}5 \ \mu\text{H}$ $\qquad = 5{,}175 \ \mu\text{Vs}$

Magnetisierungskurven: a) kaltgewalztes Elektroblech; c) Grauguss



Name:	Vorname:

Aufgabe 2: Verschiebungsstrom (14 Punkte)

Ein idealer Plattenkondensator mit kreisrunden Metallplatten (Durchmesser 5 mm, Plattenabstand 100 µm) sei mit einem Dielektrikum gefüllt ($\varepsilon_r = 100$, $\mu_r = 1$). Die Klemmenspannung an den Kondensatorplatten steige mit der folgenden Funktion an:

$$u(t) = 2\,\mathrm{V} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{20\,\mu\mathrm{s}}}\right)$$

(a) Berechnen Sie den Verschiebungsstrom und die Verschiebungsstromdichte im Dielektrikum sowie den Strom in der Zuleitung zum Kondensator als eine Funktion der Zeit t bei Vernachlässigung von Randeffekten.

$r = 2{,}5 \text{ mm}$

$d = 100\ \mu\text{m}$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

Annahme: homogenes $\vec{E}$-Feld im Kondensator

$\vec{E} = E\,\vec{e}_x$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\iint \vec{D} \cdot d\vec{A}}{\int \vec{E} \cdot d\vec{s}} = \frac{\int_0^r \int_0^{2\pi} \varepsilon E \vec{e}_x \cdot R\,d\varphi\,dR\,\vec{e}_x}{\int_0^d E\vec{e}_x \cdot dx\,\vec{e}_x} = \frac{\varepsilon E \pi r^2}{dE} = \frac{\varepsilon \pi r^2}{d} = 173{,}852 \text{ pF}$$

$$I = \iint \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{dt}\right) d\vec{A} \qquad \vec{J} = 0, \text{ da } \sigma = 0$$

$$u(t) = \int_0^d \vec{E} \cdot dx\,\vec{e}_x = \frac{1}{\varepsilon} D\,d$$

$$\rightarrow \vec{D} = \frac{\varepsilon}{d} u(t)\,\vec{e}_x = 17{,}708\left(1 - e^{-t/20\mu s}\right) \frac{\text{C}}{\text{m}^2}\,\vec{e}_x$$

$$i_C = \frac{\varepsilon \pi r^2}{d}\, 2\text{V}\, \frac{1}{20\mu s}\, e^{-t/20\mu s} \text{ A} = 5{,}534\, e^{-t/20\mu s} \text{ A}$$

Name:	Vorname:

(b) Berechnen Sie für den Kondensator im Aufgabenteil (a) die magnetische Flussdichte $B(t,r)$ als eine Funktion der Zeit t und des Abstandes vom Kondensatormittelpunkt r in einem Schnitt durch das Dielektrikum parallel zu den Kondensatorplatten.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \qquad \mu = \mu_r \mu_0$$

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{dt}\right) \cdot d\vec{A} \qquad \text{Annahme: } \vec{H} = H(r)\,\vec{e}_\varphi$$

1. Fall: $r \leq 2{,}5\ \text{mm}$

$$\int_0^{2\pi} H(r)\vec{e}_\varphi \cdot r\,d\varphi\,\vec{e}_\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{\varepsilon}{d}\frac{\partial u(t)}{\partial t}\,\vec{e}_x \cdot R\,dR\,d\varphi\,\vec{e}_x$$

$$H(r) \cdot 2\pi r = \frac{\varepsilon}{d}\frac{\partial u(t)}{\partial t}\pi r^2$$

$$H(r) = \frac{\varepsilon}{d}\frac{\partial u(t)}{dt}\frac{r}{2}$$

$$B(r) = \mu H(r) = 556{,}325 \cdot 10^{-9} \cdot r \ \frac{Vs}{m^2} \cdot e^{-t/20\,\mu s}$$

2. Fall: $r \geq 2{,}5\ \text{mm}$

$$H(r) \cdot 2\pi r = \int_0^{2\pi}\int_0^{2{,}5\,\text{mm}} \frac{\varepsilon}{d}\frac{\partial u(t)}{\partial t}\,\vec{e}_x \cdot R\,dR\,d\varphi\,\vec{e}_x + \int_0^{2\pi}\int_{2{,}5\,\text{mm}}^{r} 0 \cdot R\,dR\,d\varphi$$

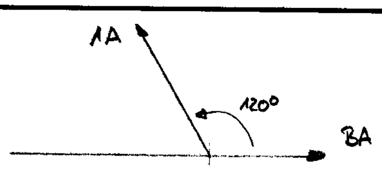
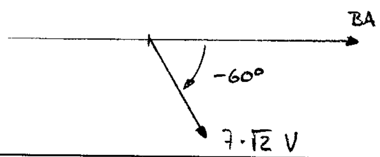
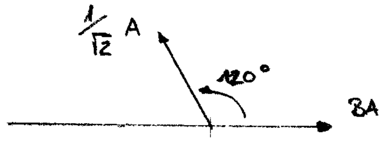
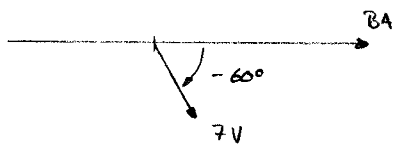
$$H(r) = \frac{\varepsilon}{d}\frac{\partial u(t)}{dt}\frac{\cancel{\pi}(2{,}5\,\text{mm})^2}{2\cancel{\pi} r}$$

$$B(r) = \mu H(r) = 3{,}477 \cdot 10^{-12}\,\frac{1}{r}\ \frac{Vs}{m^2}\ e^{-t/20\,\mu s}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Wechselstromnotationen und QUCS (17 Punkte)

(a) Füllen Sie die nachfolgende Tabelle mit den verschiedenen Darstellungen von Sinusschwingungen aus. Für die Fälle (i) und (ii) ist jeweils eine Darstellung gegeben und alle anderen Darstellungsmöglichkeiten für das Signal sollen gefunden werden.

	(i)	(ii)
Gleichung im Zeitbereich	$i(t) = 1\text{ A} \cos(20\text{ s}^{-1} t + 120°)$	$u(t) = 7\sqrt{2}\text{ V} \cos(\omega t - 60°)$
Kreisfrequenz ω	$\omega = 20\ \frac{1}{s}$	$\omega = 60\text{ s}^{-1}$
Zeigerdarstellung – Amplitudenzeiger (Skizze zeichnen!)		
Zeigerdarstellung – Effektivwertzeiger (Skizze zeichnen!)		
Vollständiges komplexes Symbol	$\hat{\underline{i}}(t) = 1\text{ A}\ e^{j(\omega t + 120°)}$	$\hat{\underline{u}}(t) = 7\sqrt{2}\text{ V}\ e^{j(\omega t - 60°)}$
Komplexes Amplitudensymbol – P-Form	$\hat{\underline{I}} = 1\text{ A}\ e^{j120°}$	$\hat{\underline{U}} = 7\sqrt{2}\text{ V}\ e^{-j60°}$
Komplexes Amplitudensymbol – R-Form	$\hat{\underline{I}} = (-0{,}5 + j\,0{,}866)\text{ A}$	$\hat{\underline{U}} = (4{,}95 - j\,8{,}573)\text{ V}$
Komplexes Effektivwertsymbol – P-Form	$\underline{I} = \frac{1}{\sqrt{2}}\text{A}\,e^{j120°}$	$\underline{U} = 7\text{ V} \angle{-60°}$
Komplexes Effektivwertsymbol – R-Form	$\underline{I} = (-0{,}354 + j\,0{,}612)\text{ A}$	$\underline{U} = (3{,}5 - j\,6{,}062)\text{ V}$

Name:	Vorname:

(b) Der unten dargestellte QUCS-Schaltplan zeigt einen Tiefpassfilter erster Ordnung. Nach erfolgreicher Simulation wurden einige Formeln und Ergebnisse entfernt.

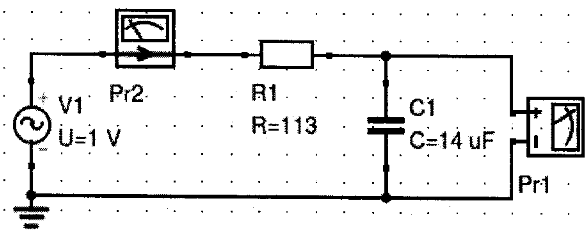
1. Schätzen Sie aus dem entsprechenden Diagramm die Frequenz **FG** ab, bei der die Übertragung um 3 dB abgesunken ist und tragen Sie diesen Wert in der Tabelle entsprechend ein.
2. Geben Sie im Gleichungsblock Eqn1 eine Formel für **FG** an, mit der aus den gegebenen Messdaten und schon errechneten Werten die Grenzfrequenz ermittelt werden kann, bei der die Übertragung um 3 dB abgesunken ist.
3. Schätzen Sie aus dem entsprechenden Diagramm die Phase **PHG** bei der Grenzfrequenz **FG** ab und tragen Sie diesen Wert in der Tabelle entsprechend ein.
4. Geben Sie im Gleichungsblock Eqn1 eine Formel für **PHG** an, mit der aus den gegebenen Messdaten und schon errechneten Werten die Phase bei der 3 dB Grenzfrequenz **FG** ermittelt werden kann.
5. Geben Sie im Gleichungsblock Eqn1 eine Formel für **Z** an, mit der aus den gegebenen Messdaten und schon errechneten Werten der komplexe Widerstand und damit die Ortskurve des Tiefpasses erstellt werden kann.

AC-Simulation

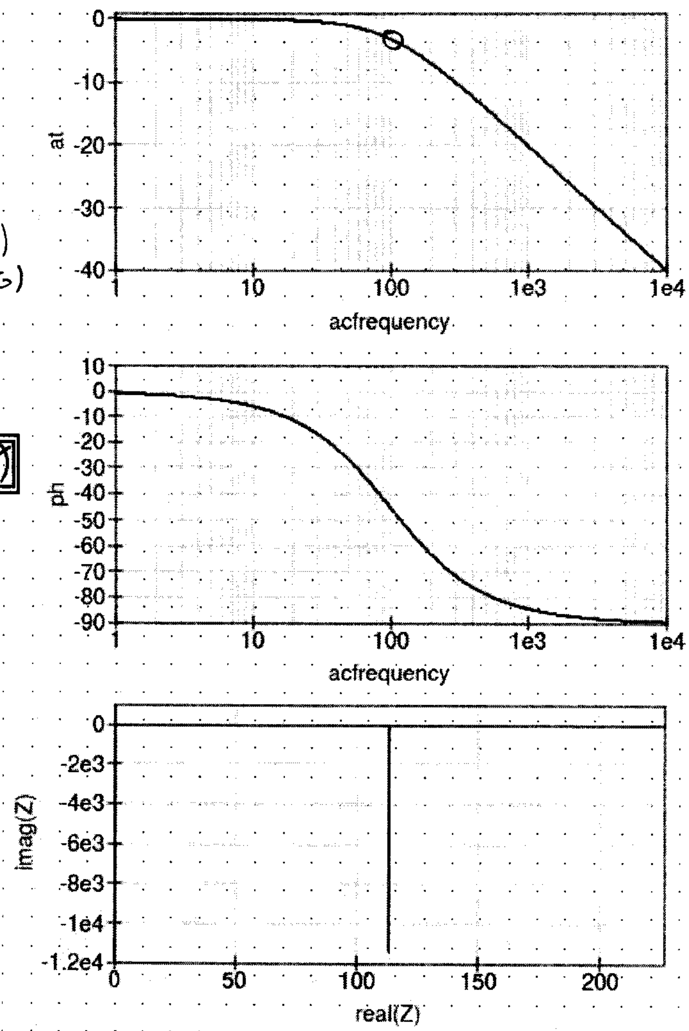
AC1
Type=log
Start=1
Stop=10k
Points=10000

Gleichung

Eqn1
T=Pr1.v/V1.U
ph=phase(T)
at=dB(T)
FG= xvalue (at, -3)
PHG= yvalue (ph, FG)
Z= Pr1.v / Pr2.i



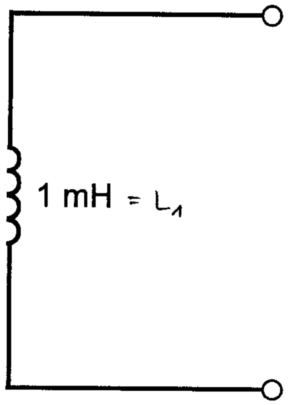
number	FG	PHG
1	100 Hz	45 °

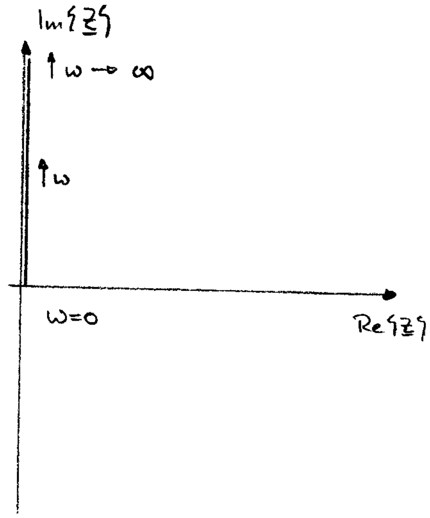


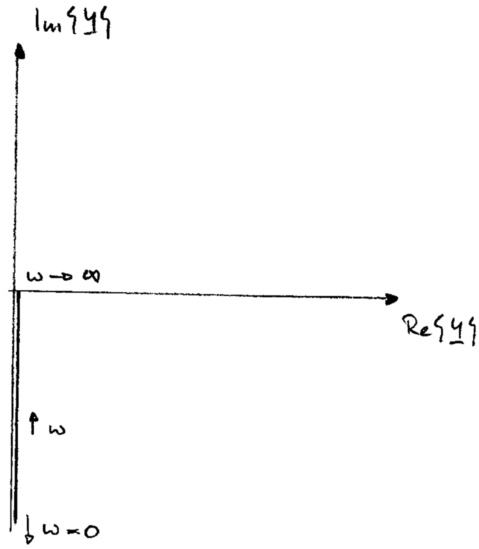
Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Leitwertfunktion (24 Punkte)

(a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Widerstandsfunktion und der Leitwertfunktion für das folgende passive Netz 1 für eine variable Kreisfrequenz ω:



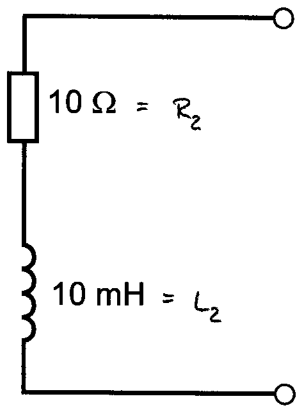


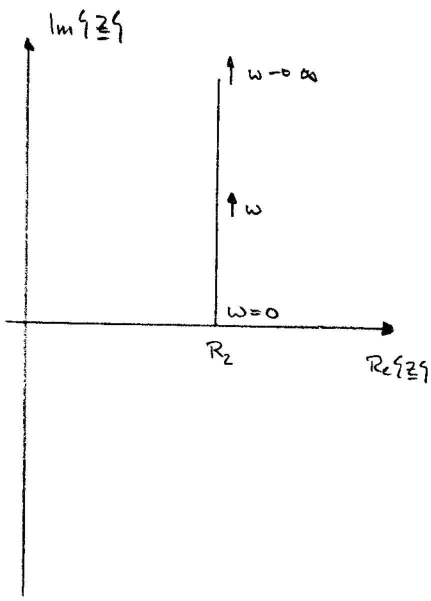


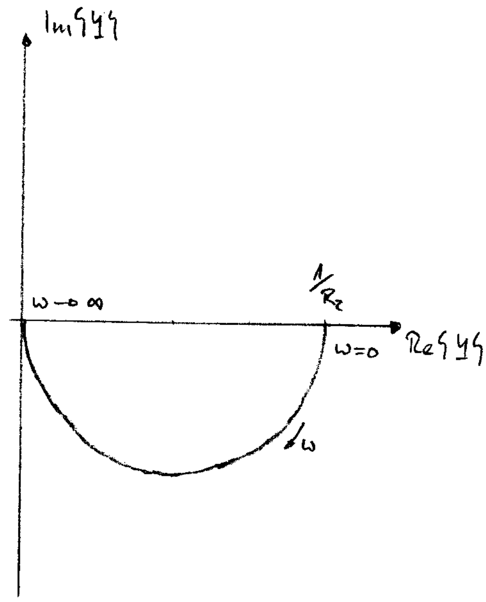
$\underline{Z} = j\omega L_1$

$\underline{Y} = \frac{1}{j\omega L_1}$

(b) Skizzieren Sie die Ortskurve der Widerstandsfunktion und der Leitwertfunktion für das folgende passive Netz 2 für eine variable Kreisfrequenz ω:







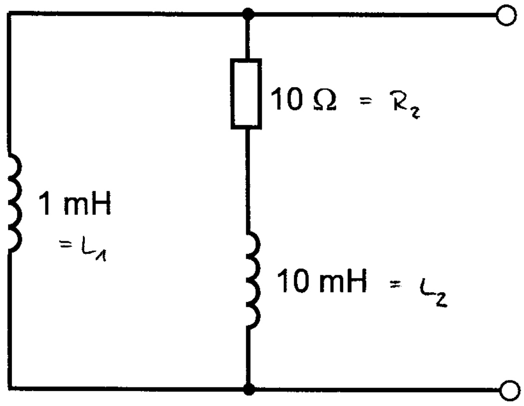
$\underline{Z} = R_2 + j\omega L_2$

$\underline{Y} = \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}$

$= \frac{R_2 - j\omega L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$

Name:	Vorname:

Nun werden das passive Netz 1 und das passive Netz 2 parallel geschaltet:



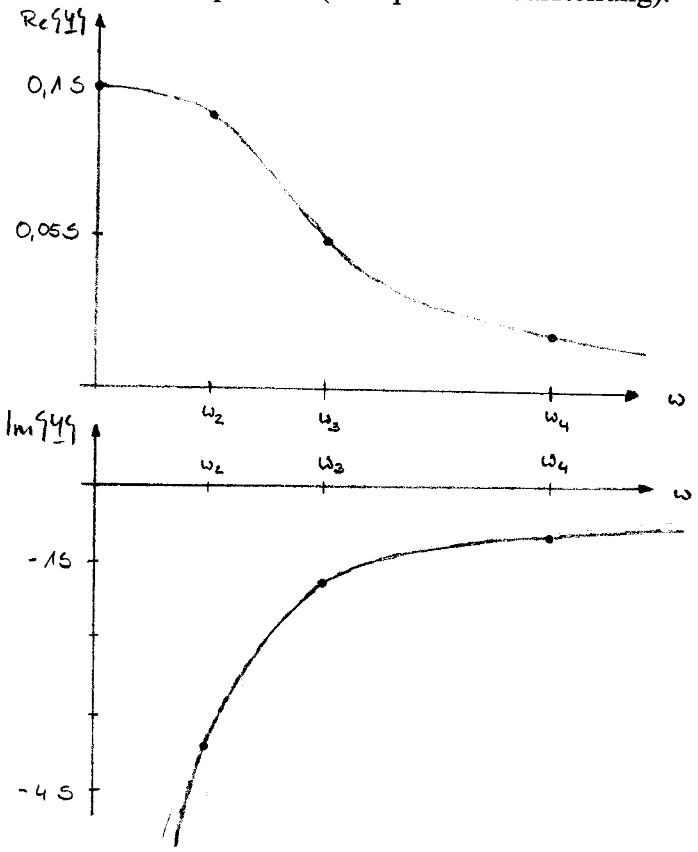
(c) Erstellen Sie eine Wertetabelle für das Frequenzverhalten der Leitwertfunktion. Berechnen Sie dazu den Realteil und den Imaginärteil der Leitwertfunktion für die folgenden fünf Kreisfrequenzen: $\omega_1 = 0\ \mathrm{s}^{-1}$; $\omega_2 = 300\ \mathrm{s}^{-1}$; $\omega_3 = 900\ \mathrm{s}^{-1}$; $\omega_4 = 1800\ \mathrm{s}^{-1}$; $\omega_5 \rightarrow \infty$.

$$\underline{Y} = \frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2 + R_2}$$

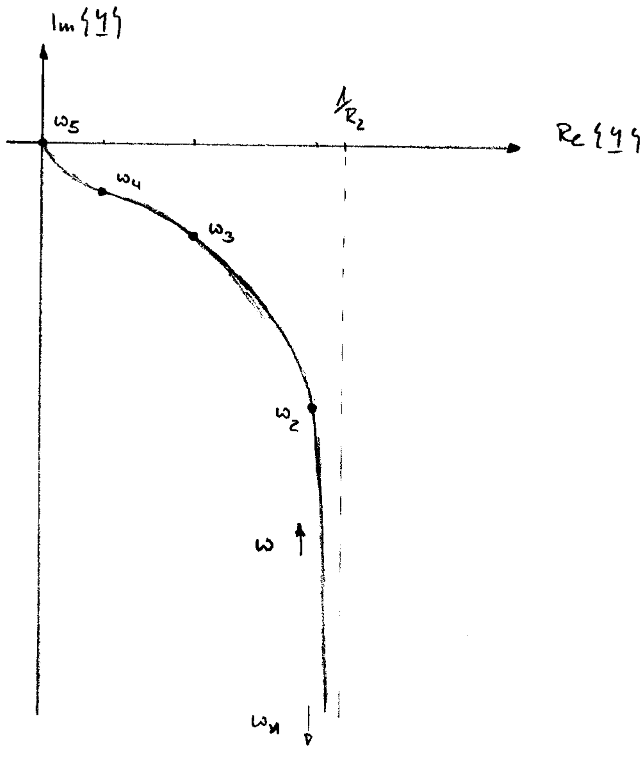
ω	$\underline{Y}$ in $1/\Omega$
$0\ \frac{1}{s}$	$0{,}1 - j\infty$
$300\ \frac{1}{s}$	$0{,}092 - j\,3{,}361$
$900\ \frac{1}{s}$	$0{,}056 - j\,1{,}161$
$1800\ \frac{1}{s}$	$0{,}024 - j\,0{,}538$
∞	$0 - j0$

Name:	Vorname:

(d) Zeichnen Sie einen Graphen mit jeweils einer Kurve für den Real- und Imaginärteil der Leitwertfunktion über der Kreisfrequenz ω (Komponentendarstellung).



(e) Zeichnen Sie die Ortskurve der Leitwertfunktion für das passive Netz für eine variable Kreisfrequenz ω.



Name:	Vorname:

(f) Welchen Leistungsfaktor hat das passive Netz bei der Kreisfrequenz $\omega_3 = 900\ s^{-1}$?

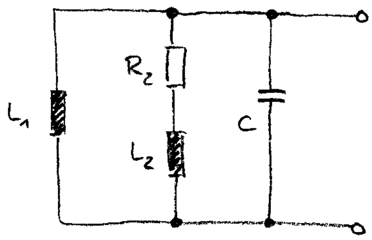
$$\cos(\varphi) = \frac{P}{|\underline{S}|} \qquad P = |\underline{U}|^2 G$$

$$|\underline{S}| = ||\underline{U}|^2 \underline{Y}^*| = |\underline{U}|^2 \cdot |\underline{Y}^*| = |\underline{U}|^2 |\underline{Y}|$$

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = P + jQ$$
$$= \underline{U}(\underline{U}\,\underline{Y})^*$$
$$= |\underline{U}|^2 \underline{Y}^* = |\underline{U}|^2 (G + jB)$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\mathrm{Re}\{\underline{Y}\}}{|\underline{Y}|} = \frac{0{,}056}{1{,}162} = 0{,}048$$

(g) Es soll nun eine vollständige Blindleistungskompensation für die Kreisfrequenz $\omega_3 = 900\ s^{-1}$ realisiert werden. Zeichnen Sie die dafür notwendige(n) Komponente(n) in die Schaltung oben ein und spezifizieren Sie diese.



Der Kondensator C muss die Blindleistung bei ω_3 aufnehmen

$\rightarrow$ Imaginärteil von $\underline{Y}$ muss 0 werden!

$$\mathrm{Im}\{\underline{Y}\}\Big|_{\omega_3} = -1{,}161\ \tfrac{1}{\Omega}$$

$$\underline{Y}_C = j\omega_3 C \overset{!}{=} -j\,\mathrm{Im}\{\underline{Y}\}\Big|_{\omega_3}$$

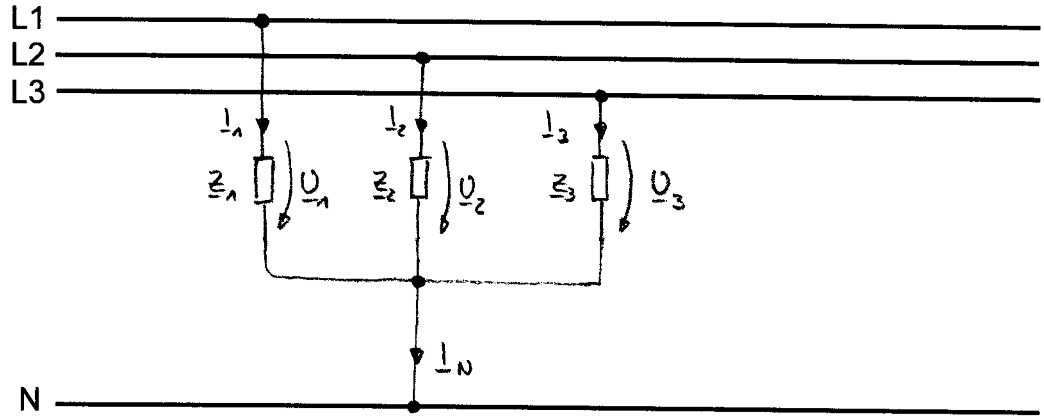
$$C = \frac{-\mathrm{Im}\{\underline{Y}\}|_{\omega_3}}{\omega_3} = \frac{1{,}161\ \frac{1}{\Omega}}{900\ \frac{1}{s}} = 1{,}29\ \mu F$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Drehstrom (18 Punkte)

An ein symmetrisches Mittelspannungsdrehstromnetz mit 10 kV Außenleiterspannung und vier Leitern sollen die drei Verbraucher $\underline{Z}_1 = 400\ \Omega$, $\underline{Z}_2 = 600\ \Omega\ \angle 10°$, $\underline{Z}_3 = 500\ \Omega + \mathrm{j}70\ \Omega$ in Sternschaltung mit Sternpunktleiter angeschlossen werden.

(a) Zeichnen Sie die Schaltung ein und bezeichnen Sie Ströme und Spannungen.



(b) Berechnen Sie die Strangströme und den Sternpunktleiterstrom.

$$\underline{U}_1 = \frac{10\ \text{kV}}{\sqrt{3}}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{10\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\, e^{-j\,120°}$$

$$\underline{U}_3 = \frac{10\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\, e^{j\,120°}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = 14{,}434\ \text{A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = (-6{,}185 - j\,7{,}371)\ \text{A}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = (-4{,}289 + j\,10{,}601)\ \text{A}$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (3{,}959 + j\,3{,}229)\ \text{A}$$

$$\underline{U}_1 = \frac{10\ \text{kV}}{\sqrt{3}}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{10\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\, e^{+j\,120°}$$

$$\underline{U}_3 = \frac{10\ \text{kV}}{\sqrt{3}}\, e^{-j\,120°}$$

$$\underline{I}_1 = 14{,}434\ \text{A}$$

$$\underline{I}_2 = (-3{,}291 + j\,9{,}042)\ \text{A}$$

$$\underline{I}_3 = (-7{,}036 - j\,9{,}015)\ \text{A}$$

$$\underline{I}_N = (4{,}107 + j\,0{,}027)\ \text{A}$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie die von der Verbrauchergruppe aufgenommene Wirkleistung und Blindleistung. Wie groß ist der Leistungsfaktor der Verbrauchergruppe?

$$\underline{S} = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \underline{I}_3^*$$

$$= (203{,}43 + j\,18{,}801)\ \mathrm{kW}$$

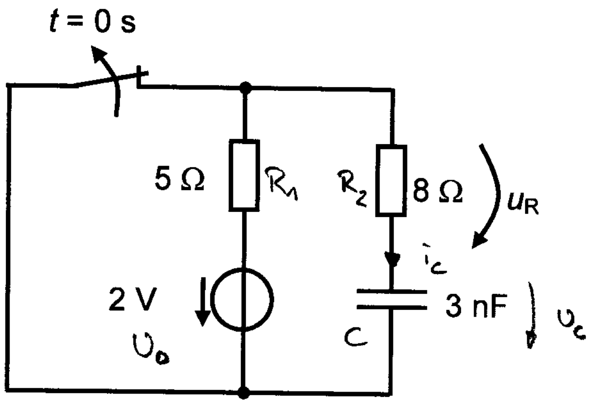
$$= P + jQ$$

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{|\underline{S}|} = 0{,}996$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Schaltvorgang (14 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk mit einer Gleichspannungsquelle. Das Netzwerk befinde sich für $t < 0$ s in einem stationären Zustand. Der Schalter werde zum Zeitpunkt $t = 0$ s geöffnet.



(a) Handelt es sich um ein schwingungsfähiges System? Begründen Sie Ihre Antwort!

Nein. Die im Kondensator gespeicherte elektrische Feldenergie kann nicht in eine andere speicherbare Energieform umgewandelt werden, da keine anderen Energiespeicherarten vorhanden sind.

(b) Berechnen Sie den Zeitverlauf der Spannung $u_R(t)$.

$u_R = R_2 i_c$

$t < 0s$: $u_R + u_c = 0$

stationärer Zustand: $\frac{du_c}{dt} = 0 \Rightarrow i_c = 0 = C \frac{du_c}{dt}$

$\Rightarrow u_R = 0 \text{ V}$

$t \geq 0s$:

$$U_0 = (R_1 + R_2)\, i_c + u_c$$

$$= (R_1 + R_2)\, C \frac{du_c}{dt} + u_c$$

$\longrightarrow$ lin., hom. Diff.gl. 1. Ordn. mit konstanten Koeff.

Lsg: $u_c = U_0 \left(1 - e^{-t/(R_1+R_2)C}\right)$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = \frac{1}{R_1 + R_2} U_0 \, e^{-t/(R_1+R_2)C}$$

$$u_R = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 \, e^{-t/(R_1+R_2)C}$$

Name:	Vorname:

(c) Zeichnen Sie den Zeitverlauf der Spannung $u_R(t)$ für $t < 0$ s und $t > 0$ s in einem sinnvollen Zeitbereich.