Musterlösung

Klausur im Modul
Grundgebiete der Elektrotechnik II

am 11.03.2011, 8:30 – 10:00 Uhr

Name:	Vorname:	Matr.Nr.:

E-Mail-Adresse:

Studiengang:

Prüfungsdauer: 90 Minuten

- Zur Prüfung sind folgende Hilfsmittel zugelassen: Schreibgerät, Geodreieck/Lineal, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie ein DIN A4-Blatt Formelsammlung (beidseitig selbst **handschriftlich** beschrieben, nicht kopiert). Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht gestattet.
- Tragen Sie Name und Vorname auf dem Deckblatt und auch auf **jedem** Aufgabenblatt ein.
- Prüfen Sie die Anzahl der Aufgabenblätter (6 Aufgaben / 14 Seiten) auf Vollständigkeit.
- Die Aufgabenblätter sollen zusammengeheftet bleiben. Die Lösungswege und Lösungen zu den Aufgaben sind in die dafür vorgesehenen Zwischenräume einzutragen. Falls Sie mehr Platz benötigen, verwenden Sie die linken leeren Seiten.
- Bei Abgabe: Bleiben Sie bitte an Ihrem Platz. Die bearbeiteten Aufgabenblätter werden bei Ihnen abgeholt.
- Bitte nichts in die folgenden Tabellen eintragen! Diese werden von uns ausgefüllt.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	13	17	12	25	18	15	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

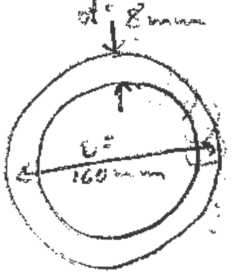
Auszufüllen bei der Klausureinsicht:

Klausur eingesehen __________ ________________
Datum Unterschrift

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Ringspule (13 Punkte)

(a) Eine Ringspule mit 200 Windungen und dem mittleren Durchmesser 100 mm hat einen Kern aus Holz ($\mu_{r,H} \approx 1$). Der Kerndurchmesser betrage 8 mm. Die Spule wird von einem Strom von 0,5 A durchflossen. Um welchen Faktor würde sich jeweils die magnetische Feldstärke und die Flussdichte ändern, wenn der Holzring durch einen Ringkern aus kaltgewalztem Elektroblech bzw. Grauguss ersetzt würde (Magnetisierungskurven in Abb. unten)?



$N = 200$ $\quad$ $D = 100\,mm$

$I = 0{,}5\,A$ $\quad$ $d = 8\,mm$

$$\oint \vec{H}\, d\vec{s} = \Theta$$

$$\rightarrow H \cdot \pi \cdot D = N \cdot I \quad \rightarrow H = \frac{N \cdot I}{\pi \cdot D} = \underline{318\,\frac{A}{m}}$$ für alle Materialien

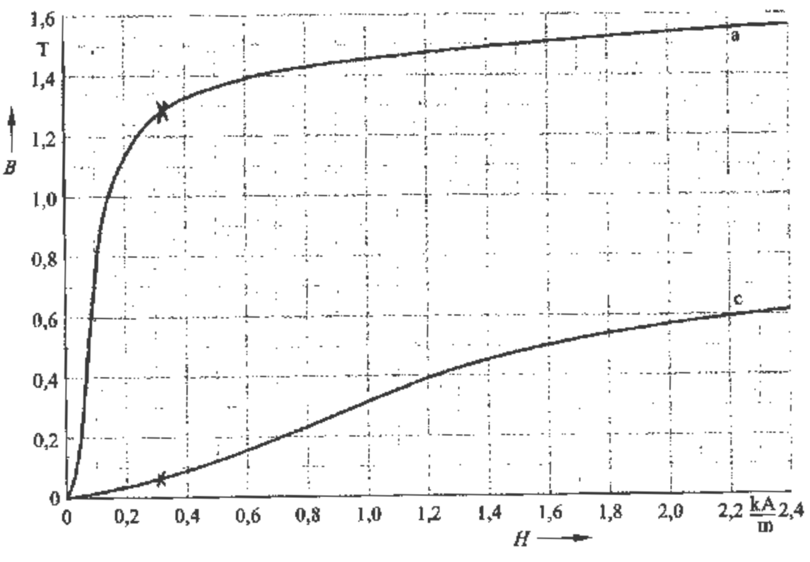
$\rightarrow$ Faktor = 1

Holz: $B_H = \mu_{r,H} \cdot \mu_0 \cdot H = 4 \cdot 10^{-4}\,T$

aus Graph: Elektroblech $B_{EB} = 1{,}29\,T \rightarrow \frac{B_{EB}}{B_H} = \underline{3225}$

Grauguss $B_{GG} = 0{,}06\,T \rightarrow \frac{B_{GG}}{B_H} = \underline{150}$

Magnetisierungskurven: a) kaltgewalztes Elektroblech; c) Grauguss



Name:	Vorname:

(b) Wie groß ist die in der Ringspule mit Holzkern gespeicherte magnetische Energie bei einem Strom von 0,5 A?

Für $\mu = const$: Energiedichte $w_m = \frac{B_H^2}{2\mu_0\mu_{r,H}} = 63{,}7\ \frac{mJ}{m^3}$

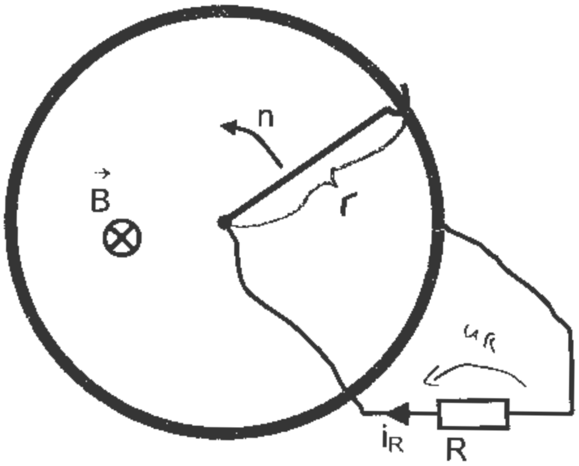
Volumen Holzkern $V_H = l_H \cdot A_H = \pi \cdot D \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$

$W_m = w_m \cdot V_H = \frac{B_H^2}{2\mu_0\mu_{r,H}} \cdot \pi^2 D \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \underline{1\ \mu J}$

Name:	Vorname:

Aufgabe 2: Induktion (17 Punkte)

Im Mittelpunkt eines Metallringes mit dem Durchmesser 2 cm sei ein Metallzeiger drehbar gelagert. Der Zeiger drehe sich mit 20 Umdrehungen pro Minute (Umdrehungszahl n) und sei über einen Schleifkontakt mit dem Metallring elektrisch verbunden. Die Ebene, in der sich der Metallring befindet, sei senkrecht von einem konstanten, homogenen Magnetfeld der Stärke 0,3 T durchsetzt. Das Metall werde als ideal leitend betrachtet. Der Metallring und das Ende des Metallzeigers im Mittelpunkt seien wie in der Zeichnung gezeigt über einen Widerstand R = 100 Ω miteinander verbunden.



$r = 1\,cm$

$n = 20\,min^{-1}$

$T = \frac{1}{n} = 3\,s$

$B = 0{,}3\,T$

(a) Berechnen Sie den Betrag der Stromstärke $i_R(t)$. Sie können eine beliebige Zeigeranfangsposition wählen.

$$|i_R(t)| = \frac{|u_R(t)|}{R} \qquad \Phi(t) = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \cdot A(t)$$

$$|u_R(t)| = \left| \frac{d\Phi(t)}{dt} \right| = \left| B \cdot \frac{dA(t)}{dt} \right|$$

$$A(t) = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{t}{T} = \pi \cdot r^2 \cdot n \cdot t$$

$$|u_R(t)| = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot n = \underline{31{,}4\,\mu V}$$

$$|i_R(t)| = \underline{0{,}314\,\mu A}$$

Name:	Vorname:

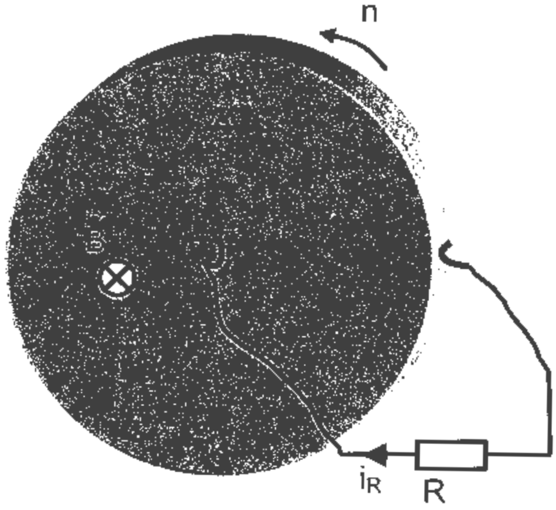
(b) Erläutern Sie anhand des Beispiels in Aufgabenteil (a) das Lenzsche Gesetz. Hat der induzierte Strom i_R ein positives oder ein negatives Vorzeichen?

Nach dem Lenzschen Gesetz ist der Richtungssinn eines durch Induktion erzeugten Stromes stets so, dass sein Magnetfeld der induzierenden Flussänderung entgegen wirkt. Im (a) muss durch i_R ein Magnetfeld erzeugt werden, dass aus der Ebene heraus zeigt. D.h. der Richtungssinn des Stromes muss dem Bezugssinn von i_R entgegen gesetzt sein. i_R hat also ein negatives Vorzeichen.

Name:	Vorname:

(c) Nun werde der Fall einer drehenden Metallscheibe mit dem Durchmesser 2 cm betrachtet, deren Mittelpunkt mit dem äußeren Rand über den Widerstand R mit Schleifkontakten verbunden ist. Wie groß ist in diesem Fall der Stromfluss $i_R(t)$? Wie in (a) sei die Ebene, in der sich die Metallscheibe befindet, senkrecht von einem konstanten, homogenen Magnetfeld der Stärke 0,3 T durchsetzt. Der Widerstand betrage wieder R = 100 Ω und die Scheibe drehe sich mit 20 Umdrehungen pro Minute.

Betrachten Sie zur Lösung zunächst den Fall, dass der Metallring in (a) über mehrere Metallzeiger mit der gleichen Umdrehungszahl mit dem gemeinsamen elektrischen Anschluss am Mittelpunkt verbunden ist.

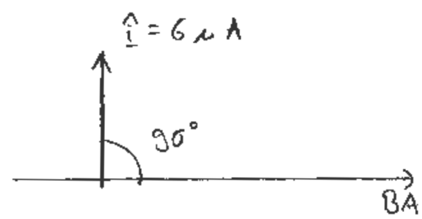
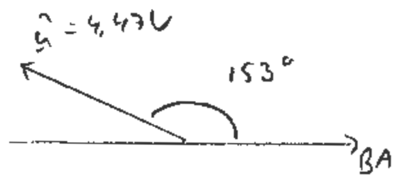
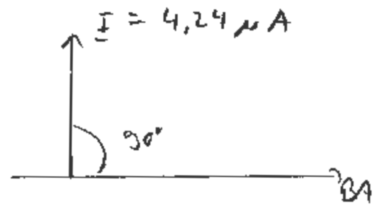
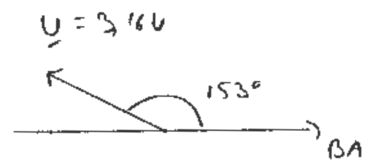


Bei mehreren Metallzeigern wird über jeden dieselbe Spannung $u_R(t)$ induziert. Da alle parallel liegen, bleibt die Spannung zwischen Mittelpunkt und Metallring unverändert und der Strom $i_R(t)$ ebenso. Im Grenzfall der Metallscheibe tritt wieder dieselbe Spannung $u_R(t)$ und ein unveränderter Strom $i_R(t)$ auf.

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Wechselstromnotationen (12 Punkte)

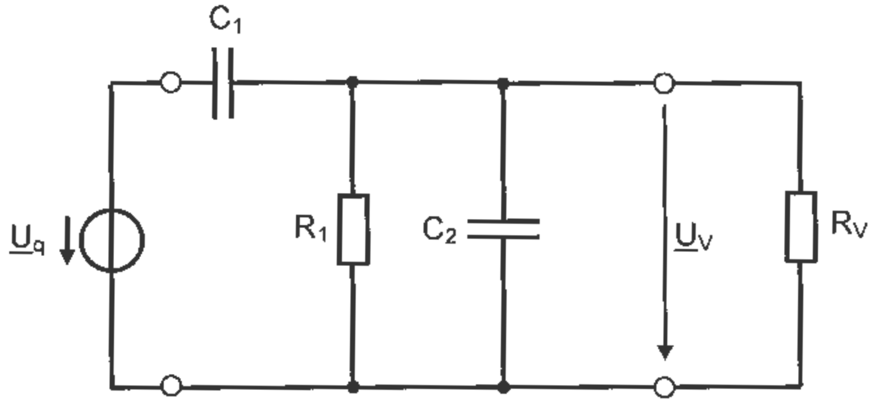
Füllen Sie die nachfolgende Tabelle mit den verschiedenen Darstellungen von Sinusschwingungen aus. Für die Fälle (a) und (b) ist jeweils eine Darstellung gegeben und alle anderen Darstellungsmöglichkeiten für das Signal sollen gefunden werden.

	(a)	(b)
Gleichung im Zeitbereich	$i(t) = 6\ \mu A \cos(2\pi \cdot 1\ kHz \cdot t + 90°)$	$u(t) = 4{,}47\,V \cos(\cancel{2\pi} \cdot 300\,Hz \cdot t + 153°)$
Kreisfrequenz ω	$\omega = 2\pi \cdot 1\,kHz = 6283\,s^{-1}$	$\omega = 300\ s^{-1}$
Zeigerdarstellung – Amplitudenzeiger (Skizze zeichnen!)		
Zeigerdarstellung – Effektivwertzeiger (Skizze zeichnen!)		
Vollständiges komplexes Symbol	$\underline{i}(t) = 6\,\mu A\, e^{j(2\pi 1 kHz\, t + 90°)}$	$\underline{u}(t) = 4{,}47\,V e^{j(\cancel{2\pi}\, 300 Hz\, t + 153°)}$
Komplexes Amplituden-symbol – P-Form	$\hat{\underline{i}} = 6\,\mu A \angle 90°$	$\hat{\underline{u}} = 4{,}47\,V \angle 153°$
Komplexes Amplituden-symbol – R-Form	$\hat{\underline{i}} = j \cdot 6\,\mu A$	$\hat{\underline{u}} = -4V + j2V$
Komplexes Effektivwert-symbol – P-Form	$\underline{I} = 4{,}24\,\mu A \angle 90°$	$\underline{U} = 3{,}16\,V \angle 153°$
Komplexes Effektivwert-symbol – R-Form	$\underline{I} = j \cdot 4{,}24\,\mu A$	$\underline{U} = -2{,}83\,V + j \cdot 1{,}41\,V$

Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Übertragungsfaktor (25 Punkte)

Ein Verbraucher R_V wird über das folgende vierpolige Filternetzwerk an eine Wechselspannungsquelle $\underline{U}_q$ angeschlossen:



(a) Berechnen Sie den Übertragungsfaktor $\underline{T}(j\omega) = \underline{U}_V/\underline{U}_q$ als eine Funktion von ω, R_1, R_V, C_1 und C_2. Bringen Sie $\underline{T}(j\omega)$ in die folgende Form und bestimmen Sie K und ω_g: $\underline{T}(j\omega) = \dfrac{j\omega K}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_g}}$.

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{U}_v}{\underline{U}_q} = \frac{\dfrac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V} + j\omega C_2}}{\dfrac{1}{j\omega C_1} + \dfrac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V} + j\omega C_2}} = \frac{j\omega C_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V} + j\omega C_2 + j\omega C_1}$$

$$= \frac{j\omega \dfrac{C_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}}}{1 + j\omega \dfrac{C_1 + C_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}}} \stackrel{!}{=} \frac{j\omega K}{1 + j\frac{\omega}{\omega_g}}$$

$$\rightarrow \quad K = \frac{C_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}}$$

$$\omega_g = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}}{C_1 + C_2}$$

Name:	Vorname:

(b) Bestimmen Sie lineare Näherungen für das Maß des Betrags von $\underline{T}(j\omega)$ und die Phase von $\underline{T}(j\omega)$ als eine Funktion von $log(\omega/\omega_g)$ für kleine und große Frequenzen. Wie groß ist die Phase bei ω_g?

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{j\omega k}{1+j\frac{\omega}{\omega_g}}$$

Maß des Betrags $a_T = 20 \lg |\underline{T}(j\omega)| = 20 \lg \left| \frac{j\omega k}{1+j\frac{\omega}{\omega_g}} \right|$

Phase $\varphi_T = \varphi_{Zähler} - \varphi_{Nenner} = 90° - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$

Näherung für $\omega \ll \omega_g$

$a_T \approx 20 \lg(\omega k) = 20 \lg\left(\frac{\omega}{\omega_g} \cdot k \cdot \omega_g\right) = 20 \lg(k \cdot \omega_g) + 20 \lg\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$

$\rightarrow$ Gerade durch $20 \lg(k \cdot \omega_g)$ mit Steigung $20 \frac{dB}{Dekade}$

$\varphi_T = 90°$

Näherung für $\omega \gg \omega_g$

$a_T \approx 20 \lg(k \cdot \omega_g)$ $\rightarrow$ Konstante

$\varphi_T \approx 90° - 90° = 0°$

φ_T bei $\omega = \omega_g$

$\varphi_T = 90° - \arctan(1) = 45°$

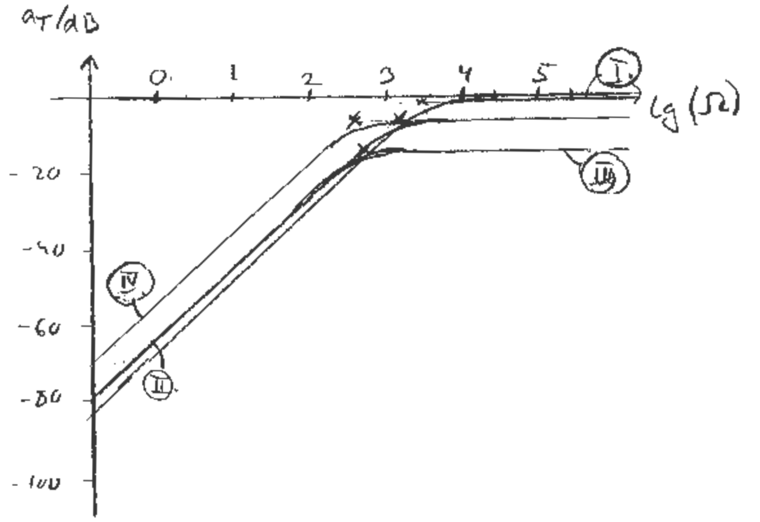
Name:	Vorname:

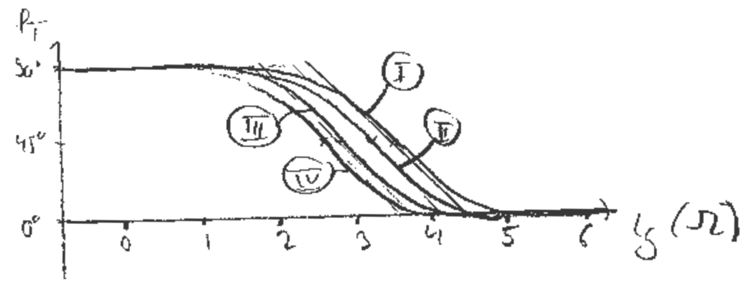
(c) Erstellen Sie ein Bode Diagramm mit Kurven für die folgenden vier Kombinationen von Bauelementwerten (ein Diagramm für das Maß des Betrags von $\underline{T}(j\omega)$ und ein Diagramm für die Phase von $\underline{T}(j\omega)$ mit jeweils 4 Kurven). Wählen Sie auf der logarithmischen x-Achse als Bezugsfrequenz 1 Hz. Bitte denken Sie an die Beschriftung der Achsen und die Benennung der Kurven!

Kurve	C_1	C_2	R_1	R_V
I.	1 µF	100 nF	50 Ω	5 kΩ
II.	1 µF	1 µF	50 Ω	5 kΩ
III.	1 µF	5 µF	50 Ω	5 kΩ
IV.	1 µF	1 µF	200 Ω	5 kΩ

Kurve	K/s	ω_g/s^{-1}	$20\lg(K\cdot\omega_g)/dB$	$\lg(\omega_g/2\pi \cdot 1Hz) = \lg\Omega$
I.	$4{,}95\cdot10^{-5}$	$1{,}84\cdot10^{4}$	$-0{,}828$	4,26 3,47
II.	$4{,}95\cdot10^{-5}$	$1{,}01\cdot10^{4}$	$-6{,}02$	4,00 3,21
III.	$4{,}55\cdot10^{-5}$	$3{,}37\cdot10^{3}$	$-15{,}6$	3,53 2,73
IV.	$1{,}92\cdot10^{-4}$	$2{,}60\cdot10^{3}$	$-6{,}02$	3,41 2,62

$$K = \frac{C_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}} \qquad \omega_g = \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_V}}{C_1 + C_2} \qquad K\cdot\omega_g = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$



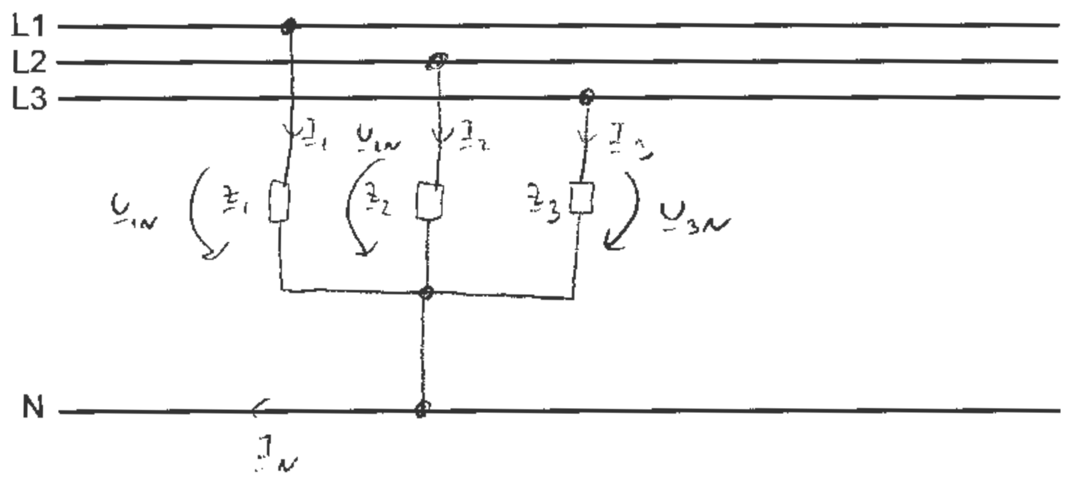


Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Drehstrom (18 Punkte)

Eine Verbrauchergruppe mit $\underline{Z}_1 = 10\ \text{M}\Omega\ \angle 20°$, $\underline{Z}_2 = 7\ \text{M}\Omega\ \angle{-50°}$, $\underline{Z}_3 = -900\ \text{k}\Omega + \text{j}\ 3\ \text{M}\Omega$, soll in Sternschaltung an ein 400-V-Drehstromnetz mit vier Leitern angeschlossen werden.

(a) Zeichnen Sie die Schaltung ein:



(b) Berechnen Sie die Strangströme und den Sternpunktleiterstrom.

$U = 400\ \text{V}$; $U_\lambda = \frac{U}{\sqrt{3}} = 231\ \text{V}$

$\underline{U}_{1N} = U_\lambda\ \angle 0°$; $\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1N}}{\underline{Z}_1} = 2{,}31 \cdot 10^{-5}\ \text{A}\ \angle{-20°}$

$\underline{U}_{2N} = U_\lambda\ \angle{-120°}$; $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2N}}{\underline{Z}_2} = 3{,}30 \cdot 10^{-5}\ \text{A}\ \angle{-70°}$

$\underline{U}_{3N} = U_\lambda\ \angle 120°$; $\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3N}}{\underline{Z}_3} = 7{,}38 \cdot 10^{-5}\ \text{A}\ \angle 13°$

$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 1{,}1\ \mu\text{A}\ \angle{-12°}$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie die von der Verbrauchergruppe aufgenommene Wirkleistung und Blindleistung. Wie groß ist der Leistungsfaktor der Verbrauchergruppe?

$$\underline{S} = \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$= 4{,}3 \text{ mW} + j \cdot 12{,}3 \text{ mvar} = 13{,}2 \text{ mVA} \angle 68^\circ$$

Wirkleistung: $P = 4{,}9 \text{ mW}$

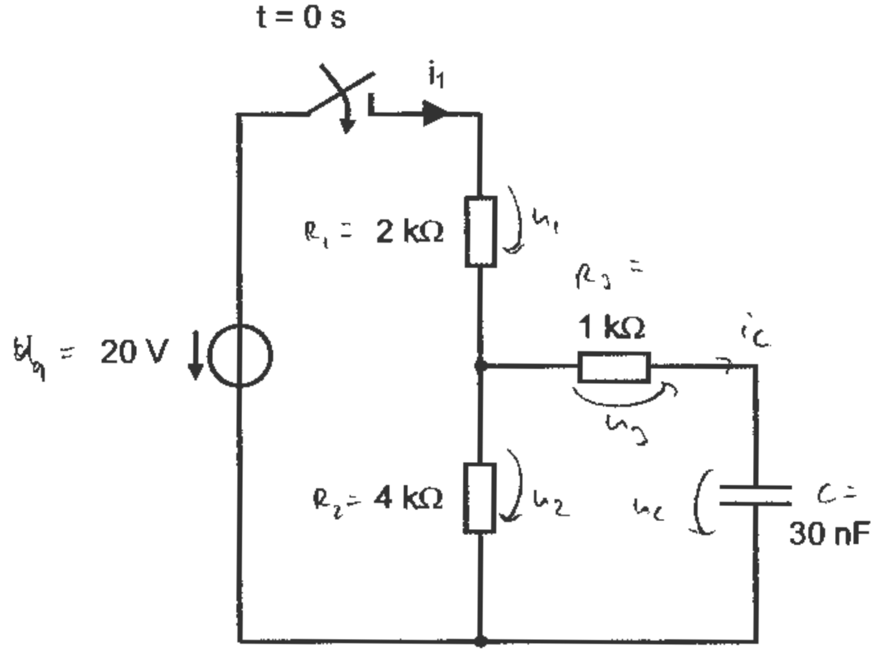
Blindleistung: $Q = 12{,}3 \text{ mvar}$

Leistungsfaktor: $\lambda = \cos\varphi = 0{,}37$

Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Schaltvorgang (15 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk, in dem zum Zeitpunkt t = 0 s der Schalter zu einer 20 V Gleichspannungsquelle geschlossen wird.



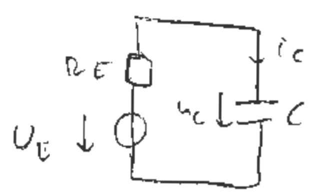
(a) Berechnen Sie den Zeitverlauf des Stromes $i_1(t)$.

$t < 0s$

$i_1 = 0\,A \; ; \; u_c = 0\,V \rightarrow U_A = 0\,V$

$t > 0s$

$$u_c = U_E + (U_A - U_E) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$$U_E = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_q = 13{,}3\,V$$

$$R_E = R_3 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 2{,}33\,k\Omega \rightarrow \tau = R_E \cdot C = 70\,\mu s$$

$$u_c = 13{,}3\,V \left(1 - e^{-\frac{t}{70\mu s}}\right)$$

$$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt} = \frac{C \cdot 13{,}3V}{70\mu s} e^{-\frac{t}{70\mu s}} = 5{,}7\,mA\, e^{-\frac{t}{70\mu s}}$$

$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{U_q - R_3 \cdot i_c - u_c}{R_1} = 10\,mA - 2{,}85\,mA\, e^{-\frac{t}{70\mu s}} - 6{,}65\,mA \left(1 - e^{-\frac{t}{70\mu s}}\right)$$

$$= \underline{3{,}35\,mA + 3{,}8\,mA\, e^{-\frac{t}{70\mu s}}}$$

Name:	Vorname:

(b) Zeichnen Sie den Zeitverlauf des Stromes $i_1(t)$ für $t < 0$ und $t > 0$ in einem sinnvollen Zeitbereich.