Musterlösung

Klausur im Modul
Grundgebiete der Elektrotechnik II

am 07.09.2011, 8:30 – 10:00 Uhr

Name:	Vorname:	Matr.Nr.:

E-Mail-Adresse:

Studiengang:

Prüfungsdauer: 90 Minuten

- Zur Prüfung sind folgende Hilfsmittel zugelassen: Schreibgerät, Geodreieck/Lineal, nicht programmierbarer Taschenrechner sowie ein DIN A4-Blatt Formelsammlung (beidseitig selbst **handschriftlich** beschrieben, nicht kopiert). Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht gestattet.
- Tragen Sie Name und Vorname auf dem Deckblatt und auch auf **jedem** Aufgabenblatt ein.
- Prüfen Sie die Anzahl der Aufgabenblätter (6 Aufgaben / 16 Seiten) auf Vollständigkeit.
- Die Aufgabenblätter sollen zusammengeheftet bleiben. Die Lösungswege und Lösungen zu den Aufgaben sind in die dafür vorgesehenen Zwischenräume einzutragen. Falls Sie mehr Platz benötigen, verwenden Sie die linken leeren Seiten.
- Bei Abgabe: Bleiben Sie bitte an Ihrem Platz. Die bearbeiteten Aufgabenblätter werden bei Ihnen abgeholt.
- Bitte nichts in die folgenden Tabellen eintragen! Diese werden von uns ausgefüllt.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ
Punkte	14	16	16	20	18	16	100
erreicht							

Übungen (Gewicht 25%)	Klausur (Gewicht 75%)	Gesamt %	Modulnote

Auszufüllen bei der Klausureinsicht:

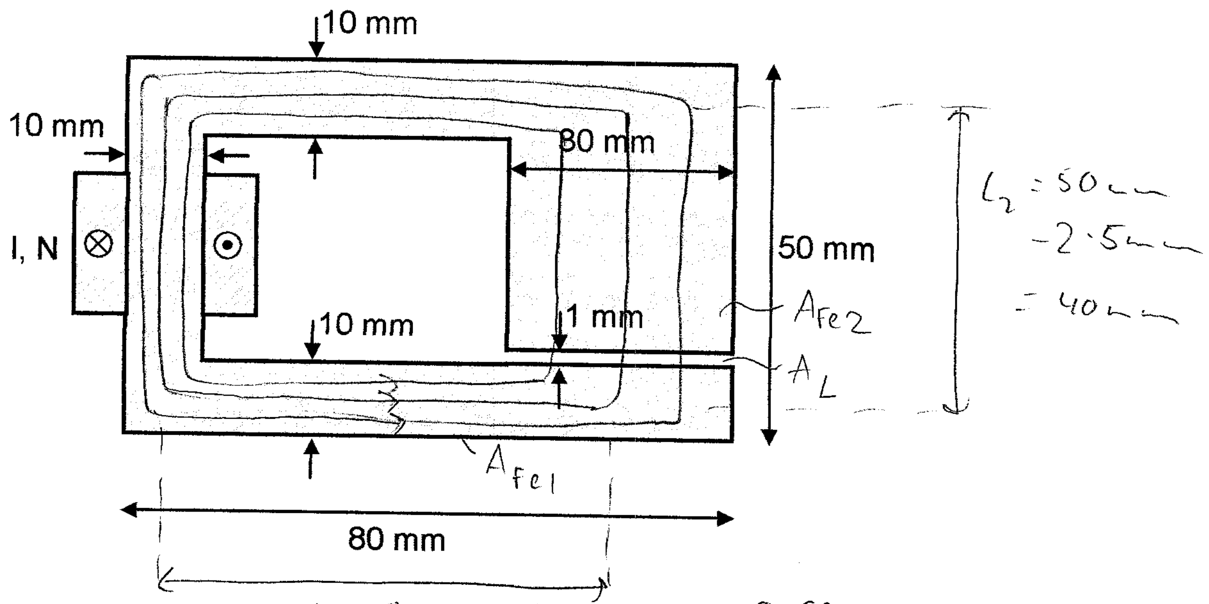
Klausur eingesehen ____________ __________________

Datum Unterschrift

Name:	Vorname:

Aufgabe 1: Magnetischer Kreis (14 Punkte)

(a) Gegeben sei der unten gezeigte magnetische Kreis, der aus Elektroblechen (Magnetisierungskurve a unten) mit einer Schichthöhe von 20 mm geschichtet ist. Ein Schenkel sei mit einer Spule mit N Windungen umwickelt, die von einem Strom I > 0 durchflossen wird. Zeichnen Sie qualitativ die Feldlinien des magnetischen Flussdichtevektors in die Skizze ein (mindestens drei Feldlinien). Die Streuung soll unberücksichtigt bleiben.



$l_1 = 80mm - 5mm - 15mm = 60mm$

(b) Berechnen Sie für den magnetischen Kreis in (a) den notwendigen Spulenstrom I bei N = 200 Windungen, um eine magnetische Flussdichte von 0,4 T in dem Luftspalt der Länge 1 mm zu erreichen. Der Eisenfüllfaktor betrage 0,9. Die Streuung soll unberücksichtigt bleiben.

$B_L = 0{,}4\,T$; $N = 200$; $f_{Fe} = 0{,}9$; $A_L = 30mm \cdot 20mm = 6\cdot 10^{-4}\,m^2 = A_{Fe2}$

$A_{Fe1} = 10mm \cdot 20mm = 2\cdot 10^{-4}\,m^2$

$\Phi_L = B_L \cdot A_L = 240\,\mu Vs = \Phi_{Fe1} = \Phi_{Fe2}$; $H_L = \frac{B_L}{\mu_0} = 318\,\frac{kA}{m}$

$\Phi_{Fe1} = B_{Fe1} \cdot A_{Fe1} \cdot f_{Fe} \rightarrow B_{Fe1} = \frac{\Phi_{Fe1}}{A_{Fe1}\cdot f_{Fe}} = 1{,}33\,T \xrightarrow{Graph} H_{Fe1} = 0{,}42\,\frac{kA}{m}$

$\Phi_{Fe2} = B_{Fe2} \cdot A_{Fe2} \cdot f_{Fe} \rightarrow B_{Fe2} = \frac{\Phi_{Fe2}}{A_{Fe2}\cdot f_{Fe}} = 0{,}44\,T \xrightarrow{Graph} H_{Fe2} = 0{,}08\,\frac{kA}{m}$

$\oint \vec{H}\cdot d\vec{s} \approx H_L \cdot l_L + H_{Fe1}\,(2\cdot l_1 + l_2) + H_{Fe2}\cdot(l_2 - l_L) = 383\,A$

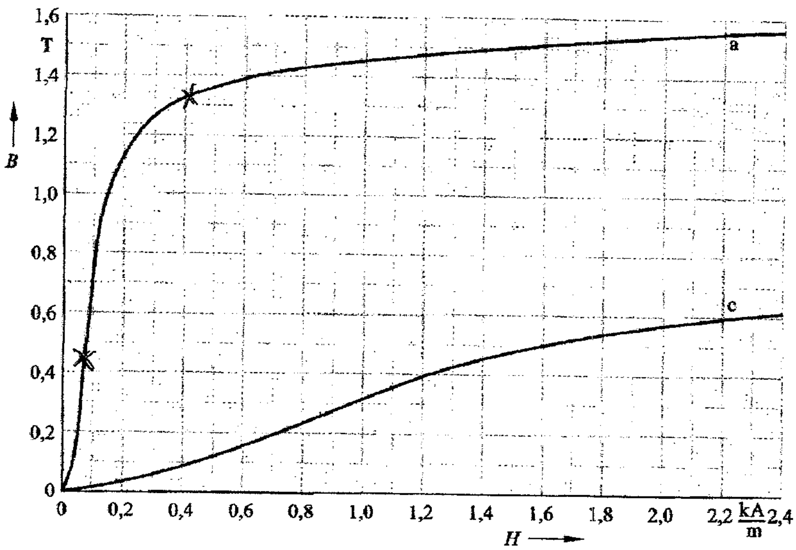
$\oint \vec{H}\cdot d\vec{s} = \Theta = N\cdot I \rightarrow I = \frac{\oint \vec{H}\cdot d\vec{s}}{N} \approx \underline{1{,}9\,A}$

Name:	Vorname:

(c) Wie groß ist die Selbstinduktivität der Spule an dem magnetischen Kreis in (a) bei der Luftspaltflussdichte von 0,4 T?

$$L = \frac{\Psi_m}{I} = \frac{N \cdot \Phi_{Fel}}{I} = \underline{25\ mH}$$

Magnetisierungskurven: a) kaltgewalztes Elektroblech; c) Grauguss



<table><tr><td>Name:</td><td>Vorname:</td></tr></table>

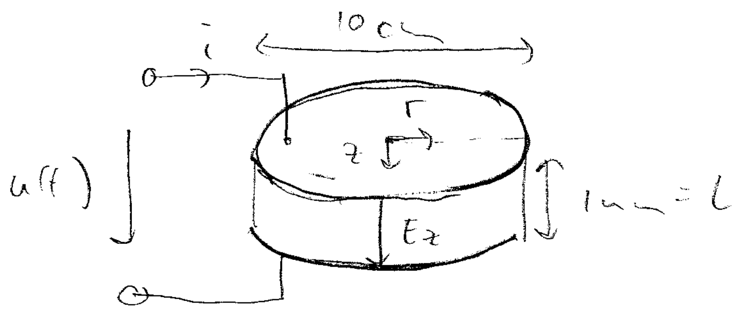
Aufgabe 2: Verschiebungsstrom (16 Punkte)

Ein idealer Plattenkondensator mit kreisrunden Metallplatten (Durchmesser 10 cm, Plattenabstand 1 mm) sei mit einem Dielektrikum gefüllt ($\varepsilon_r=10$, $\mu_r=1$). Die Klemmenspannung an den Kondensatorplatten steige mit der folgenden Funktion an:

$$u(t)=10\mathrm{kV}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{100\,\mathrm{ms}}}\right)$$

(a) Berechnen Sie den Verschiebungsstrom und die Verschiebungsstromdichte im Dielektrikum sowie den Strom in der Zuleitung zum Kondensator als eine Funktion der Zeit t bei Vernachlässigung von Randeffekten.

$$i_V=\int_A \vec{J}_V\cdot d\vec{A} \quad ; \quad \vec{J}_V=\frac{d\vec{D}}{dt}$$



$$u(t)=U_0\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

mit $U_0=10\,\mathrm{kV}$; $\tau=100\,\mathrm{ms}$

$$\frac{du(t)}{dt}=U_0\cdot\frac{1}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$E_z(t)=\frac{u(t)}{l} \quad ; \quad D_z=\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot E_z=\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot\frac{u(t)}{l}$$

$$J_{Vz}=\frac{dD_z}{dt}=\frac{\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0}{l}\cdot\frac{du(t)}{dt}=\frac{\varepsilon_r\cdot\varepsilon_0\cdot U_0}{l\cdot\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau}}=\underline{8{,}85\,\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{m}^2}\,e^{-\frac{t}{100\,\mathrm{ms}}}}$$

$$i_V=J_{Vz}\cdot\pi\cdot\left(\frac{10\,\mathrm{cm}}{2}\right)^2=\underline{69{,}5\,\mu\mathrm{A}\;e^{-\frac{t}{100\,\mathrm{ms}}}}$$

$$i=i_V=\underline{69{,}5\,\mu\mathrm{A}\;e^{-\frac{t}{100\,\mathrm{ms}}}}$$

(Berechnung auch über $i=C\frac{du}{dt}$ möglich)

Name:	Vorname:

(b) Berechnen Sie für den Kondensator im Aufgabenteil (a) die magnetische Flussdichte $B(t,r)$ als eine Funktion der Zeit t und des Abstandes vom Kondensatormittelpunkt r in einem Schnitt durch das Dielektrikum parallel zu den Kondensatorplatten.

$$\oint \vec{H}(r,t)\cdot d\vec{s} = \Theta(r,t) \rightarrow 2\pi r\, H(r,t) = \Theta(r,t) \rightarrow H(r,t) = \frac{\Theta(r,t)}{2\pi r}$$

$$\Theta(r,t) = \int_{A(r)} \vec{J}_V \cdot d\vec{A} = J_{V7}(t)\cdot\pi\cdot r^2$$

$$H(r,t) = \frac{J_{V7}(t)\cdot\pi\cdot r^2}{2\pi r} = \frac{1}{2} J_{V7}(t)\cdot r = 4{,}43\,\frac{mA}{m^2}\cdot r\cdot e^{-\frac{t}{100\,ms}}$$

$$B(r,t) = \mu_r\cdot\mu_0\cdot H(r,t) = \underline{5{,}57\,\frac{nT}{m}\cdot r\cdot e^{-\frac{t}{100\,ms}}}$$

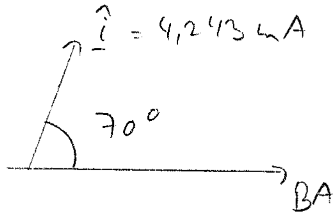
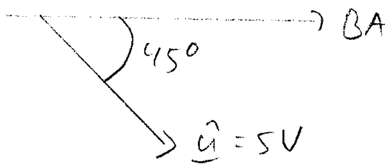
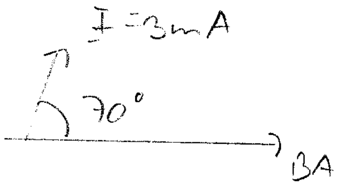
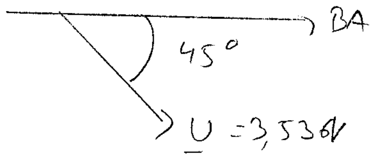
(c) Berechnen Sie den Wert von $B(t,r)$ für $t = 20$ ms und $r = 4$ cm.

$$B(4\,cm, 20\,ms) = \underline{18{,}2\,pT}$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 3: Wechselstromnotationen und Qucs (16 Punkte)

(a) Füllen Sie die nachfolgende Tabelle mit den verschiedenen Darstellungen von Sinusschwingungen aus. Für die Fälle (a) und (b) ist jeweils eine Darstellung gegeben und alle anderen Darstellungsmöglichkeiten für das Signal sollen gefunden werden.

	(a)	(b)
Gleichung im Zeitbereich	$i(t) = 4{,}243\,mA\cos(0{,}1s^{-1}t + 70°)$	u(t) = 5V cos(2π·20 kHz·t-45°)
Kreisfrequenz ω	ω = 0,1 s^{-1}	$\omega = 2\pi 20\,kHz = 1{,}26\cdot 10^{5}\,s^{-1}$
Zeigerdarstellung – Amplitudenzeiger (Skizze zeichnen!)		
Zeigerdarstellung – Effektivwertzeiger (Skizze zeichnen!)		
Vollständiges komplexes Symbol	$\underline{i}(t) = 4{,}243\,mA\, e^{j(0{,}1s^{-1}t+70°)}$	$\underline{u}(t) = 5V\, e^{j(2\pi 20kHz\cdot t-45°)}$
Komplexes Amplitudensymbol – P-Form	$\hat{\underline{i}} = 4{,}243\,mA\ \angle 70°$	$\hat{\underline{u}} = 5V\ \angle -45°$
Komplexes Amplitudensymbol – R-Form	$\hat{\underline{i}} = 1{,}451\,mA + j\cdot 3{,}987\,mA$	$\hat{\underline{u}} = 3{,}536V - j\,3{,}536V$
Komplexes Effektivwertsymbol – P-Form	$\underline{I}$ = 3 mA ∠70°	$\underline{U} = 3{,}536V\ \angle -45°$
Komplexes Effektivwertsymbol – R-Form	$\underline{I} = 1{,}026\,mA + j\cdot 2{,}819\,mA$	$\underline{U} = 2{,}5V - j\cdot 2{,}5V$

Name:	Vorname:

(b) In QUCS wurden drei verschiedene Simulationstypen behandelt: die DC-Simulation, die AC-Simulation und die Transientsimulation (TR). Welcher Simulationstyp (*DC*, *AC* oder *TR*) passt zu folgenden Aussagen (jeweils nur ein Typ pro Aussage)?

1. Eignet sich zum Analysieren von Einschwingvorgängen: TR
2. Messwerte sind komplexe Größen: AC
3. Anfangswerte von Energiespeichern sind relevant: TR
4. Messgeräte liefern nur einen Wert und keine Vektoren (ohne Parameterdurchlauf): DC

Name:	Vorname:

Aufgabe 4: Bode-Diagramme (20 Punkte)

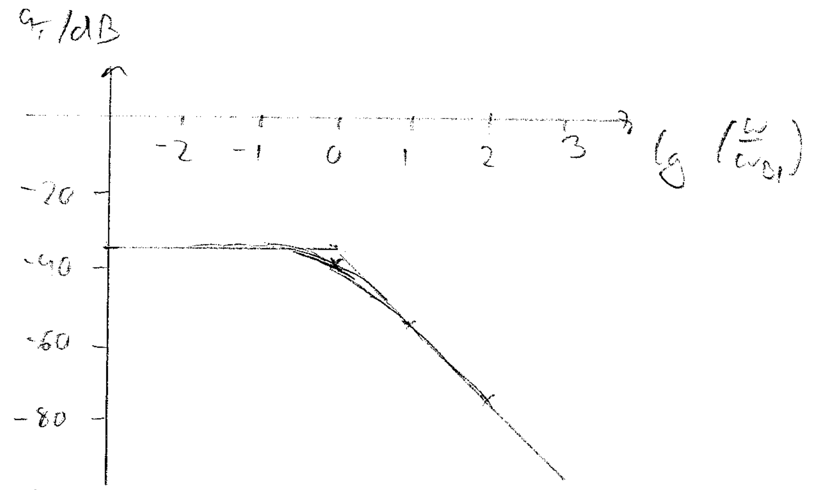
(a) Gegeben sei der folgende Tiefpass-Übertragungsfaktor $\underline{T}_{TP}(j\omega)$:

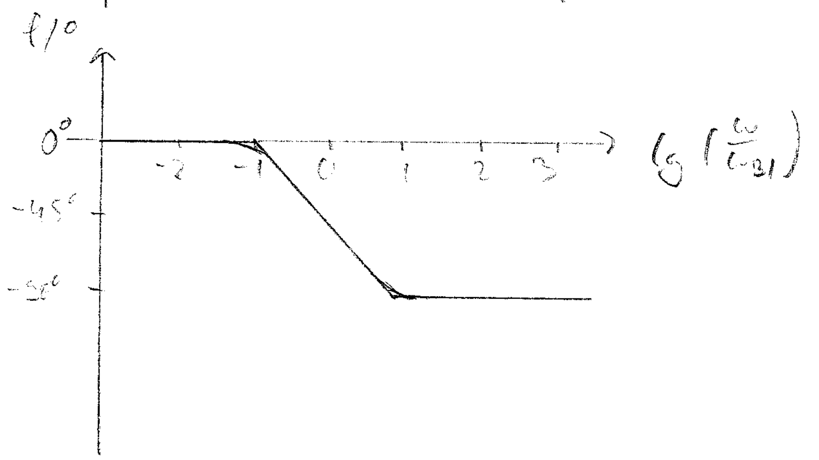
$$\underline{T}_{TP}(j\omega) = \frac{0{,}02}{1 + j\dfrac{\omega}{1000\,s^{-1}}}$$

Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $\underline{T}_{TP}(j\omega)$ mit einem Graphen für das Maß des Betrags und einem Graphen für die Phase für eine geeignete Bezugsfrequenz. Erstellen Sie dazu eine Wertetabelle mit mindestens fünf geeignet gewählten Frequenzwerten.

ω	$\underline{T}_{TP}(j\omega)$	a_T / dB	φ_T / °	$\lg\left(\frac{\omega}{\omega_{B1}}\right)$
$0\,s^{-1}$	$0{,}02\ \angle 0°$	-34	$0°$	$-\infty$
$100\,s^{-1}$	$0{,}0195\ \angle -5{,}7°$	-34	$-5{,}7°$	-1
$1.000\,s^{-1}$	$0{,}0141\ \angle -45°$	-37	$-45°$	0
$10.000\,s^{-1}$	$1{,}99 \cdot 10^{-3}\ \angle -84{,}3°$	-54	$-84{,}3°$	1
$100.000\,s^{-1}$	$2 \cdot 10^{-4}\ \angle -90°$	-74	$-90°$	2

$\omega_{B1} = 1.000\,s^{-1}$; $a_T = 20 \lg T$





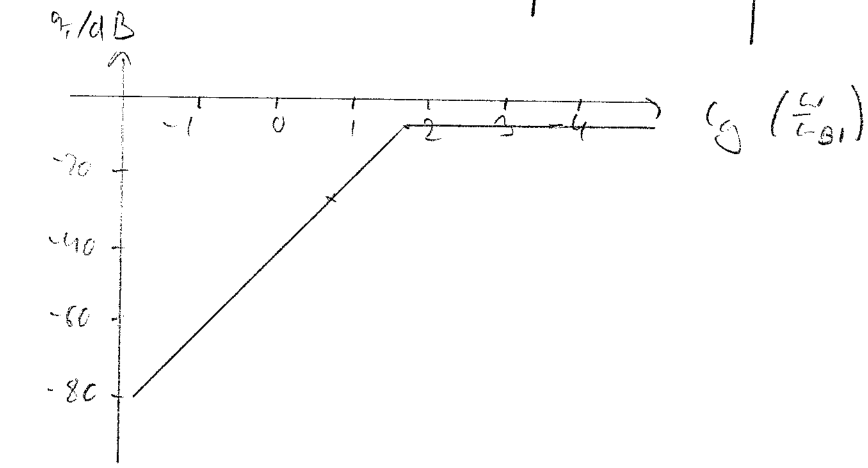
Name:	Vorname:

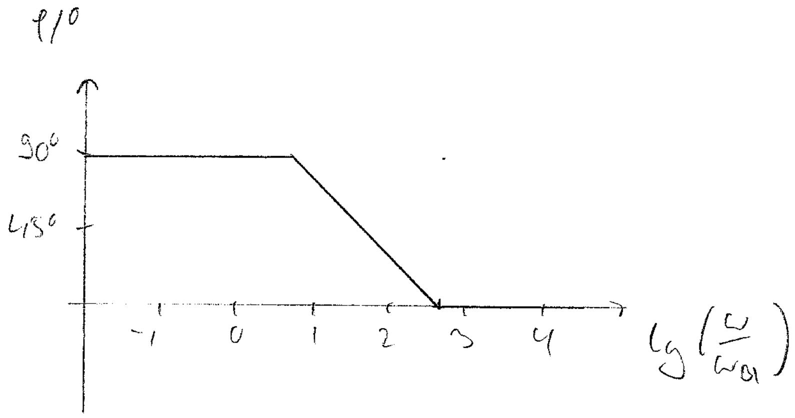
(b) Gegeben sei der folgende Hochpass-Übertragungsfaktor $\underline{T}_{HP}(j\omega)$:

$$\underline{T}_{HP}(j\omega) = \frac{j10^{-5}\dfrac{\omega}{s^{-1}}}{1 + j\dfrac{\omega}{50000\,s^{-1}}}$$

Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $\underline{T}_{HP}(j\omega)$ mit der unter (a) gewählte Bezugsfrequenz. Erstellen Sie dazu eine Wertetabelle mit mindestens fünf geeignet gewählten Frequenzwerten.

ω	$\underline{T}_{HP}(j\omega)$	a_T / dB	φ_T / °	$\lg\left(\frac{\omega}{\omega_{B1}}\right)$
$0\,s^{-1}$	$0 \cdot j$	$-\infty$	90°	$-\infty$
$5.000\,s^{-1}$	$0{,}05\ \angle 84{,}3°$	−26	84,3°	0,7
$50.000\,s^{-1}$	$0{,}354\ \angle 45°$	−9	45°	1,7
$100.000\,s^{-1}$	$0{,}447\ \angle 26{,}6°$	−7	26,6°	2
$500.000\,s^{-1}$	$0{,}498\ \angle 5{,}71°$	−6	5,7°	2,7





Name:	Vorname:

(c) Es soll untersucht werden, wie das Bode-Diagramm eines Gesamtübertragungsfaktors $\underline{T}_{ges}(j\omega)$ bei Multiplikation und Division von Netzfunktionen mit bekannten Bodediagrammen erstellt werden kann. Dazu wird folgender Gesamtübertragungsfaktors $\underline{T}_{ges}(j\omega)$ betrachtet:

$$\underline{T}_{ges}(j\omega) = \frac{\underline{T}_1(j\omega) \cdot \underline{T}_2(j\omega)}{\underline{T}_3(j\omega)}$$

Die einzelnen Netzfunktionen haben dabei den Betrag T_i, die Phase φ_i und das Maß des Betrags a_{Ti} (i=1, 2, 3). Leiten Sie einen Ausdruck für das Maß des Betrags von $\underline{T}_{ges}(j\omega)$ sowie die Phase von $\underline{T}_{ges}(j\omega)$ als Funktion der a_{Ti} und φ_i her.

$\underline{T}_1(j\omega) = T_1 \cdot e^{j\varphi_1}$; $\underline{T}_2(j\omega) = T_2 \cdot e^{j\varphi_2}$; $\underline{T}_3(j\omega) = T_3 \cdot e^{j\varphi_3}$

$$\underline{T}_{ges}(j\omega) = \frac{T_1 \cdot e^{j\varphi_1} \cdot T_2 \, e^{j\varphi_2}}{T_3 \cdot e^{j\varphi_3}} = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_3} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3)}$$

$$\underline{\varphi_{ges} = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3}$$

$$T_{ges} = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_3}$$

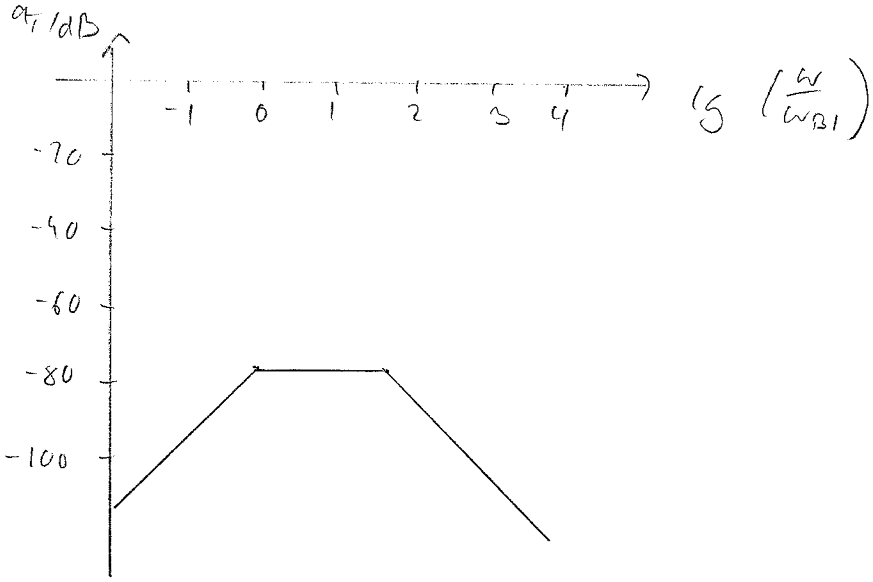
$$a_{Tges} = 20 \lg T_{ges} = 20 \lg \frac{T_1 \cdot T_2}{T_3} = 20 \lg T_1 + 20 \lg T_2 - 20 \lg T_3$$

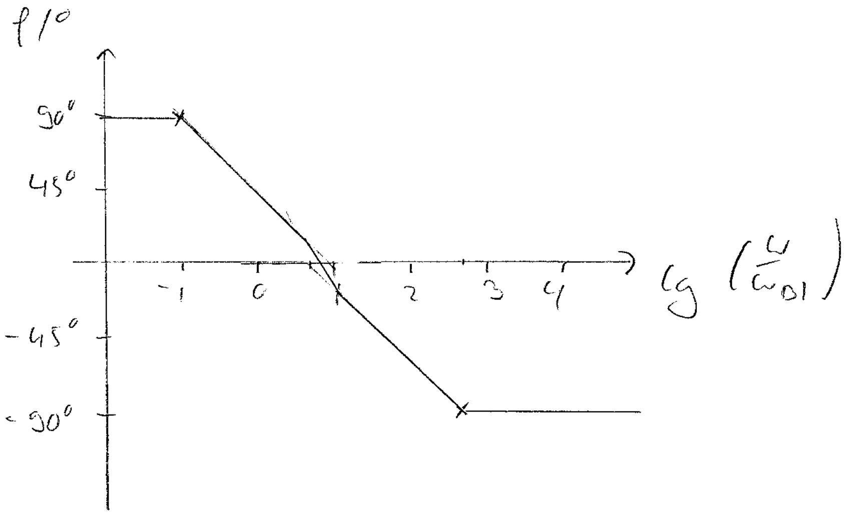
$$\underline{a_{Tges} = a_{T1} + a_{T2} - a_{T3}}$$

Name:	Vorname:

(d) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $\underline{T}_{TP}(j\omega)\cdot\underline{T}_{HP}(j\omega)$ für eine geeignete Bezugsfrequenz, wobei $\underline{T}_{TP}(j\omega)$ und $\underline{T}_{HP}(j\omega)$ in Aufgabenteil (a) bzw. (b) definiert sind.

$a_{T,ges} = a_{T,TP} + a_{T,HP}$; $\varphi_{ges} = \varphi_{TP} + \varphi_{HP}$; $\omega_B = \omega_{B1} = 1000 s^{-1}$



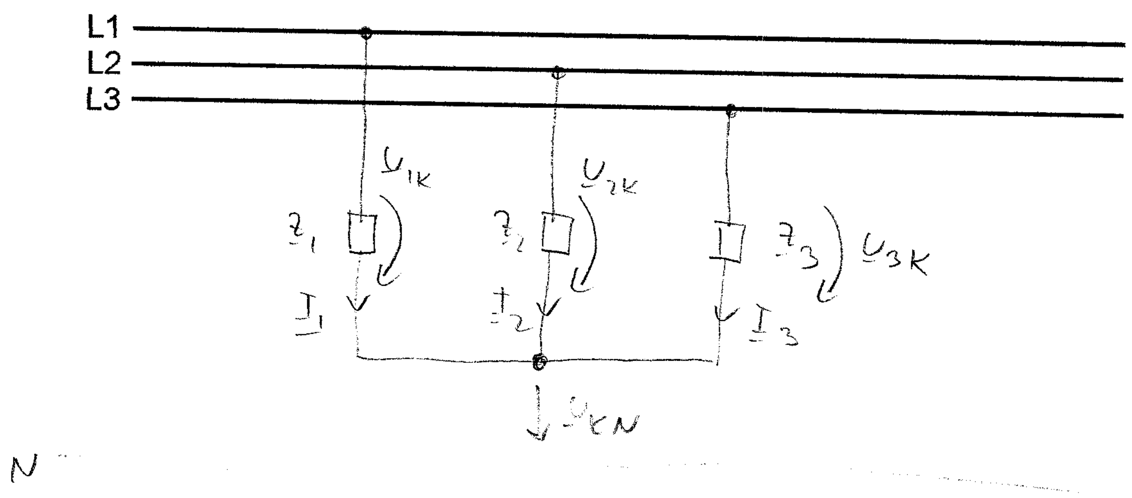


Name:	Vorname:

Aufgabe 5: Drehstrom (18 Punkte)

An ein 400-V-Drehstromnetz mit drei Leitern sollen drei Verbraucher $\underline{Z}_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$, $\underline{Z}_2 = 3\ \mathrm{k\Omega}\ \angle 40°$, $\underline{Z}_3 = 2\ \mathrm{k\Omega}\ \angle -20°$ in Sternschaltung angeschlossen werden.

(a) Zeichnen Sie die Schaltung ein:



(b) Berechnen Sie die Strangspannungen und die Strangströme.

$$U = 400\ \mathrm{V} \ ; \quad U_\lambda = \frac{U}{\sqrt{3}} = 231\ \mathrm{V}$$

$$\underline{U}_{1N} = U_\lambda \angle 0° \ ; \quad \underline{U}_{2N} = U_\lambda \angle -120° \ ; \quad \underline{U}_{3N} = U_\lambda \angle 120°$$

$$\underline{U}_{KN} = \frac{\underline{U}_{1N}/\underline{Z}_1 + \underline{U}_{2N}/\underline{Z}_2 + \underline{U}_{3N}/\underline{Z}_3}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = 49{,}23\ \mathrm{V} \angle 35{,}8°$$

$$\underline{U}_{1K} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{KN} = 193\ \mathrm{V} \angle -8{,}6° \ ; \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1K}}{\underline{Z}_1} = 193\ \mathrm{mA} \angle -8{,}6°$$

$$\underline{U}_{2K} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{KN} = 272\ \mathrm{V} \angle -124° \ ; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2K}}{\underline{Z}_2} = 92{,}2\ \mathrm{mA} \angle -164°$$

$$\underline{U}_{3K} = \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{KN} = 231\ \mathrm{V} \angle 132° \ ; \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3K}}{\underline{Z}_3} = 116\ \mathrm{mA} \angle 152°$$

Name:	Vorname:

(c) Berechnen Sie die von der Verbrauchergruppe aufgenommene Wirkleistung und Blindleistung. Wie groß ist der Leistungsfaktor der Verbrauchergruppe?

$$\underline{S} = \underline{U}_{1K} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2K} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3K} \cdot \underline{I}_3^*$$

$$= 82\,W + j \cdot 7{,}3\,var = 82\,VA \angle 5^\circ$$

Wirkleistung $P = 82\,W$

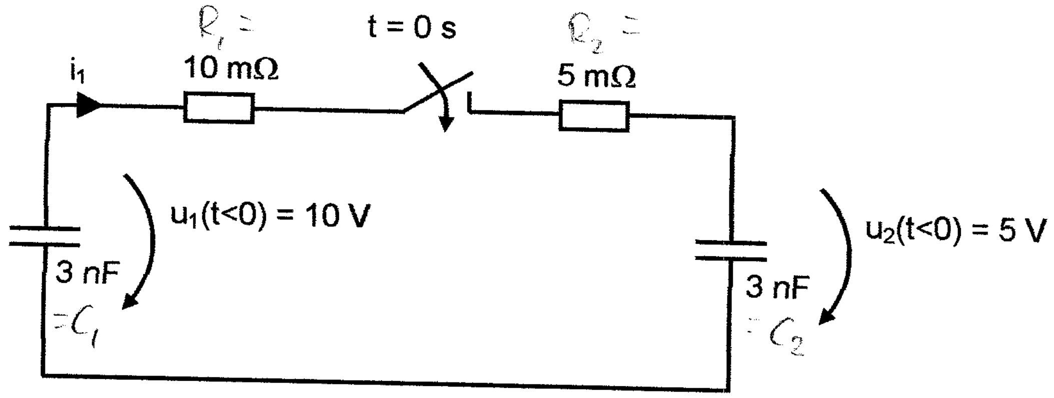
Blindleistung $Q = 7{,}3\,var$

$$\lambda = \cos\varphi = \cos 5^\circ = 0{,}996$$

Name:	Vorname:

Aufgabe 6: Schaltvorgang (16 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk, in dem der Schalter zum Zeitpunkt t = 0 s geschlossen wird. Die Spannung am linken Kondensator betrage vor Schließen des Schalters $u_1(t<0) = 10$ V und die Spannung am rechten Kondensator $u_2(t<0) = 5$ V.



(a) Berechnen Sie die Endwerte der Kondensatorspannungen für $t \to \infty$.

$t = 0$; $u_{10} = 10$ V ; $u_{20} = 5$ V

$Q_{ges} = C_1 u_{10} + C_2 u_{20}$; $C_{ges} = C_1 + C_2$

$$U_E = \frac{Q_{ges}}{C_{ges}} = \frac{C_1 \cdot u_{10} + C_2 \cdot u_{20}}{C_1 + C_2} = 7{,}5\text{ V}$$

$\underline{u_1(t \to \infty) = 7{,}5\text{ V}}$

$\underline{u_2(t \to \infty) = 7{,}5\text{ V}}$

Name:	Vorname:

(b) Berechnen Sie den Zeitverlauf des Stromes $i_1(t)$ für $t > 0$ (Empfehlung: Aufstellen und Lösen der Differentialgleichung für i_1 nach Eliminieren von u_1 und u_2 aus dem Gleichungssystem).

I $\quad u_1 - u_2 = i_1 \, (R_1 + R_2)$

II $\quad i_1 = -C_1 \frac{du_1}{dt}$

III $\quad i_1 = C_2 \frac{du_2}{dt}$

u_2 eliminieren

I' $\quad u_2 = u_1 - i_1 (R_1 + R_2)$

I' in III $\quad i_1 = C_2 \cdot \frac{d}{dt} \left(u_1 - i_1 (R_1 + R_2)\right)$

III' $\quad i_1 = C_2 \cdot \frac{du_1}{dt} - C_2 \frac{di_1}{dt} (R_1 + R_2)$

u_1 eliminieren

II in III' $\quad i_1 = -\frac{C_2}{C_1} i_1 - C_2 \frac{di_1}{dt} (R_1 + R_2)$

$$i_1 \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = -C_2 (R_1 + R_2) \frac{di_1}{dt}$$

$$-\frac{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}{R_1 + R_2} \cdot dt = \frac{di_1}{i_1}$$

Integrieren: $\quad -\frac{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}{R_1 + R_2} \cdot t + K = \ln i_1$

$$K' e^{-\frac{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}{R_1 + R_2} \cdot t} = i_1$$

$i_1(0) = \frac{u_{10} - u_{20}}{R_1 + R_2} = \frac{5V}{15m\Omega} = 333{,}3\,A \;; \quad \tau = \frac{R_1 + R_2}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = 22{,}5\,ps$

$$\underline{i_1(t) = 333{,}3\,A \; e^{-\frac{t}{22{,}5\,ps}}}$$

Name:	Vorname:

(c) Zeichnen Sie den Zeitverlauf des Stromes $i_1(t)$ für $t < 0$ und $t > 0$ in einem sinnvollen Zeitbereich.